

# 核子構造の基礎と 格子QCDによる核子構造研究の現状

大谷 宗久 (杏林大学)

## 1. 核子構造の基礎

- パarton分布と深非弾性散乱
- 形状因子と弾性散乱
- 一般化parton分布と深部仮想コンプトン散乱

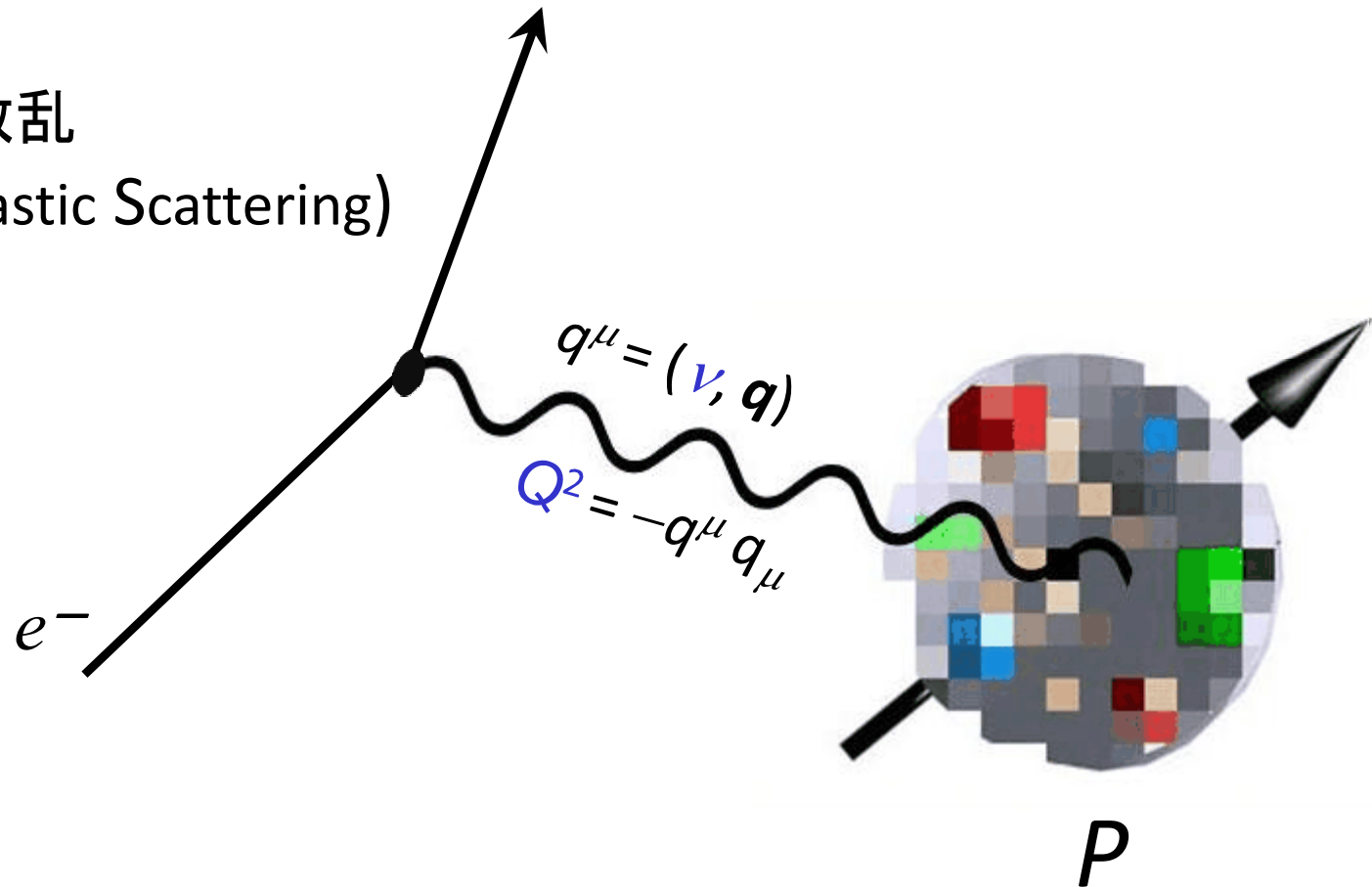
## 2. 格子 QCD による解析

- 異常磁気能率, 荷電半径
- 軸性結合定数, 電磁分極率
- クォークの全角運動量, グルーオンからの寄与



# 核子の構成要素

- 核子の構造：核子の構成要素  $\otimes$  構成要素の状態分布
- 深非弾性散乱  
(Deep Inelastic Scattering)



cf. 核構造: 低エネルギー  
集団運動  $\longrightarrow$  中間エネルギー  
核子KO反応, pick up反応

# 構造関数

- 光学定理

$$\sigma_{DIS} \sim \sum_F \left| \begin{array}{c} Q^2 \\ q \\ \text{[Diagram: Incoming photon and target with momentum } P=(M,0) \text{ interacting to produce final state } F \text{]} \\ P = (M, 0) \\ F \end{array} \right|^2 \sim \text{Im} \left[ \begin{array}{c} \text{前方散乱振幅} \\ Q^2 \\ \text{[Diagram: Forward scattering with incoming photon } Q^2, \text{ target } P, \text{ and outgoing photon } P'=P \text{]} \\ P \quad P'=P \\ W_1, W_2 \end{array} \right]$$

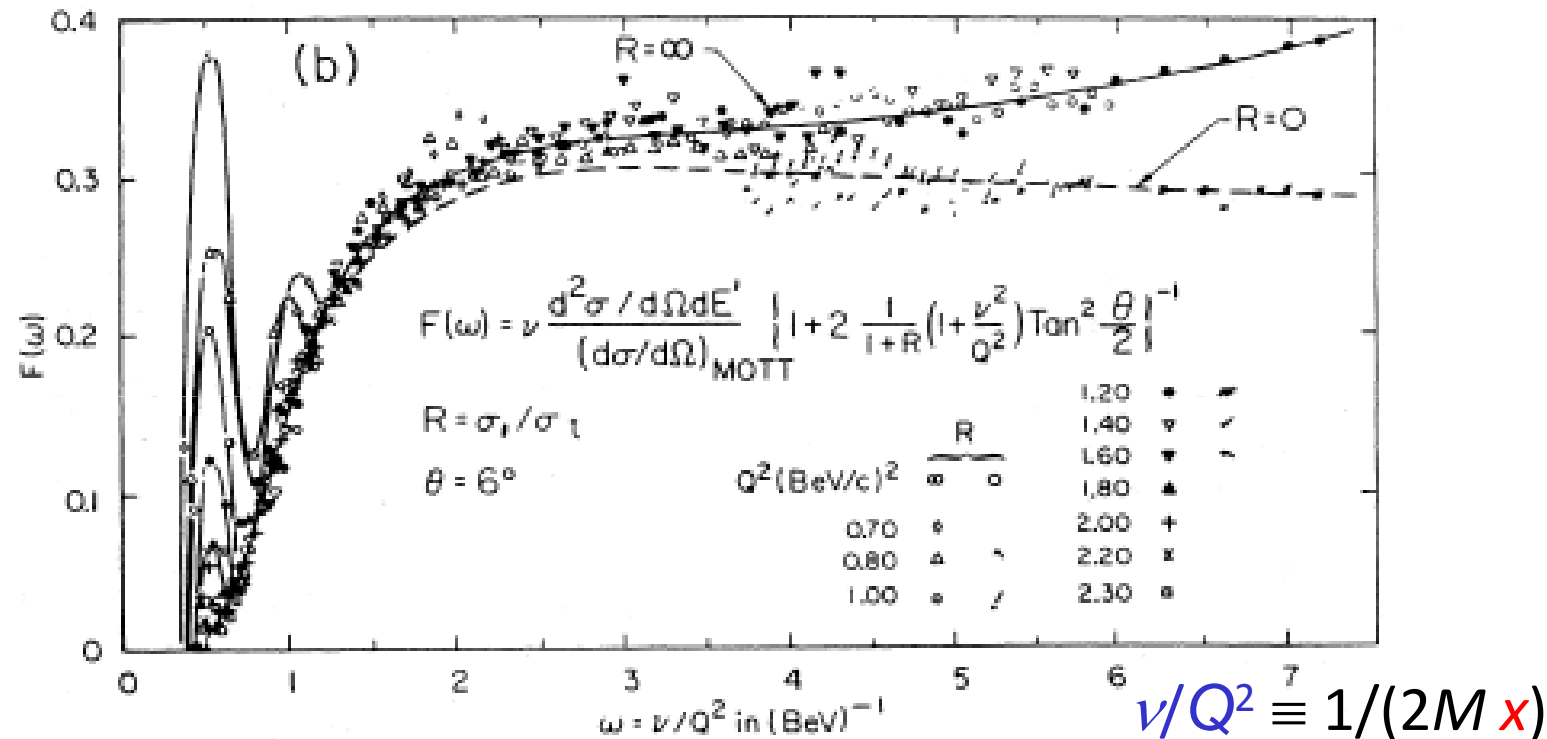
$$\sim j_\mu j_\nu [ \# (g^{\mu\nu} + \dots) W_1(Q^2, q \cdot P) + \# (P^\mu P^\nu + \dots) W_2(Q^2, q \cdot P) ]$$

$\downarrow$   
 $M \nu$  @標的静止系

# Bjorken scaling

☞ H.W.Kendall, Rev.Mod.Phys. **63** (1991)

$$\nu W_2(Q^2, \nu)$$



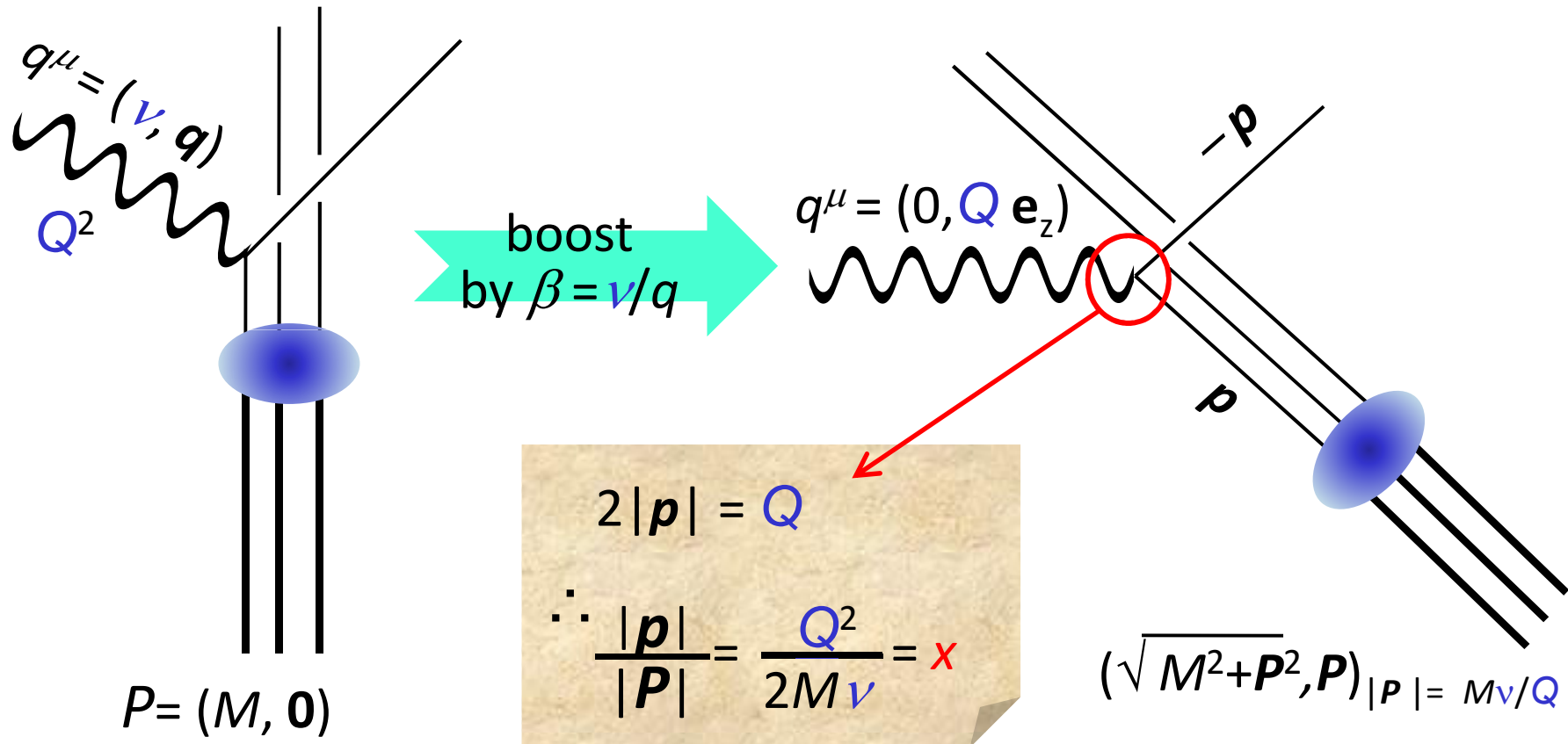
$$\nu W_2(Q^2, \nu) \longrightarrow F_2(x = Q^2/2M\nu)$$

$$\nu, Q^2 \rightarrow \infty$$

解像度を上げてても不変 ←

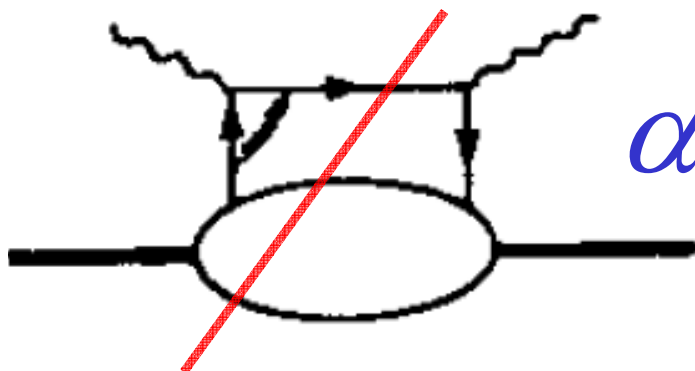
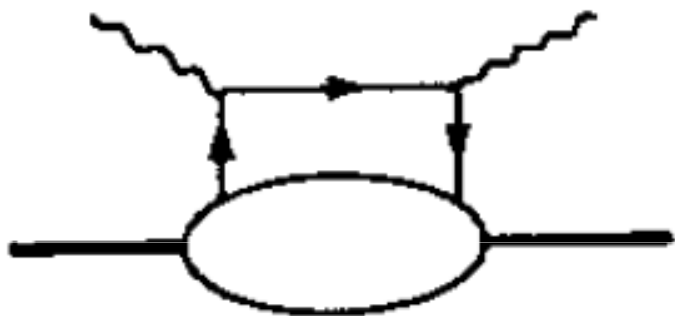
Dirac Fermionからの  
incoherentな散乱

# 運動量比としての Scaling 変数

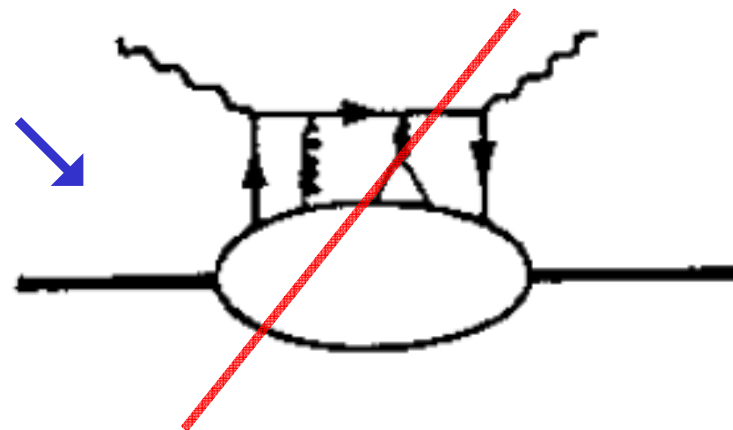


# 素朴なクォークパートン模型

光円錐特異性なし  
 $1/Q^2$  で抑制



$\alpha_s(Q^2) \searrow$



# 演算子積展開とTwist

- 近距離展開:  $z^\mu \sim 0$

$$\hat{O}_A(z/2) \hat{O}_B(-z/2) \sim \sum_i \#(z)^{\textcolor{red}{d}_i - d_A - d_B} \hat{O}_i(0)$$



低次元の演算子が支配的

- 光円錐展開:  $z^\mu z_\mu \sim 0$

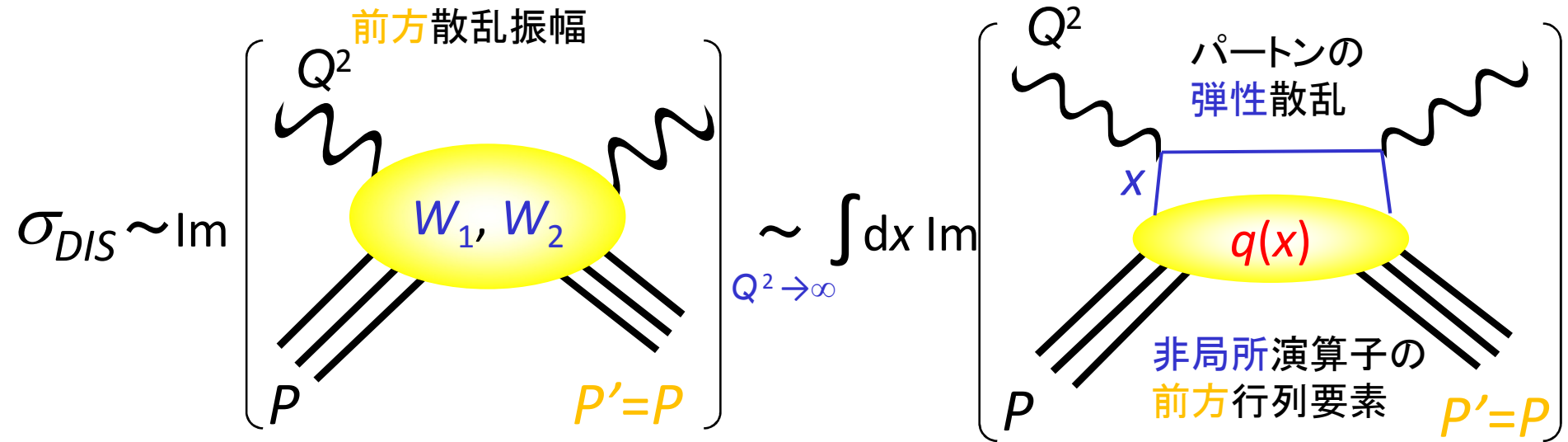
$$\int e^{iq \cdot z} \hat{O}_A(z/2) \hat{O}_B(-z/2) \sim \int \underbrace{e^{iq \cdot z} \sum_i \#(\sqrt{z^2})^{\textcolor{red}{d}_i - \textcolor{red}{s}_i - d_A - d_B}}_{\text{as } Q^2 \rightarrow \infty} z^{\mu_1} \dots z^{\mu_s} \hat{O}_{i, \mu_1 \dots \mu_s}(0)$$



as  $Q^2 \rightarrow \infty$

光円錐特異性が高い  $\Leftrightarrow$  低  $\textcolor{red}{twist}$  ( $\equiv$  次元-スピン)  
演算子が支配的

# 因子化



$$\sim \int dx \sigma_{\text{弾性}}(\ell q \rightarrow \ell q) q(x)$$

摂動計算 ↑

↑ global fit, 模型計算+ $Q^2$ 発展,  
格子計算?, ...

cf. Wigner-Eckert の定理

$$\langle j_1 m_1 | T_{LM} | j_2 m_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2j_1+1}} \langle j_1 m_1 LM | j_2 m_2 \rangle \langle j_1 || T_L || j_2 \rangle$$



## パートン分布関数 (PDF)

- Callan Grossの関係式

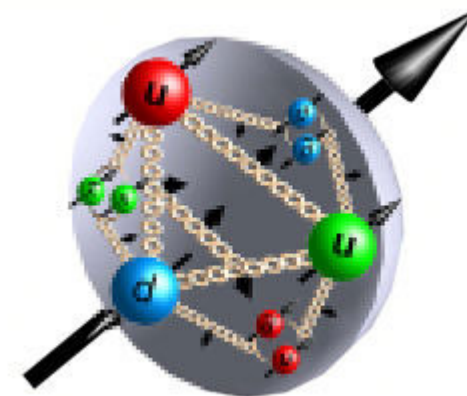
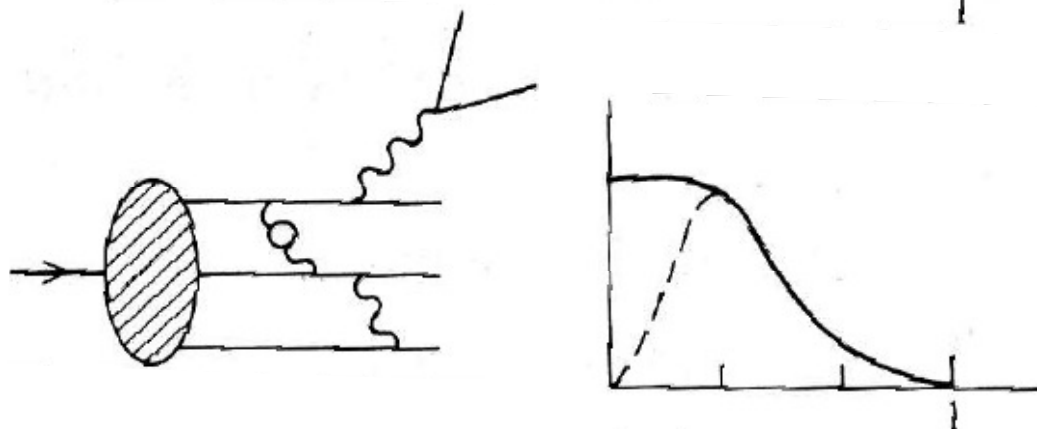
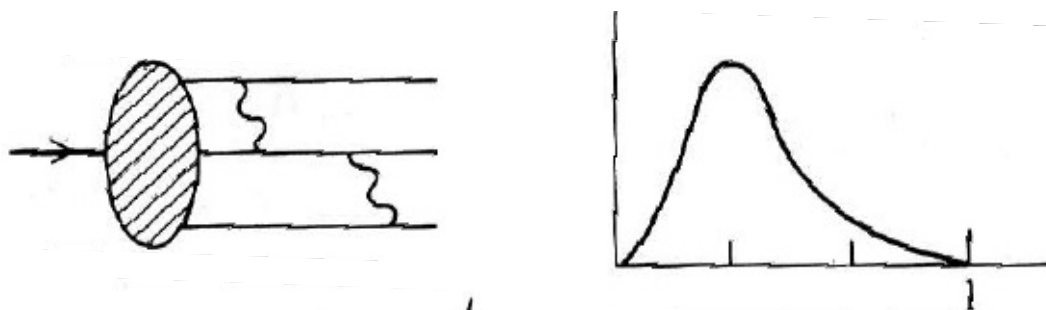
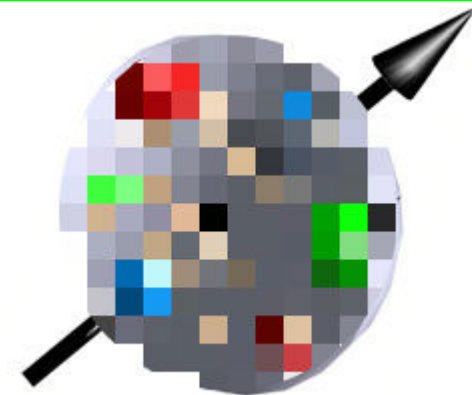
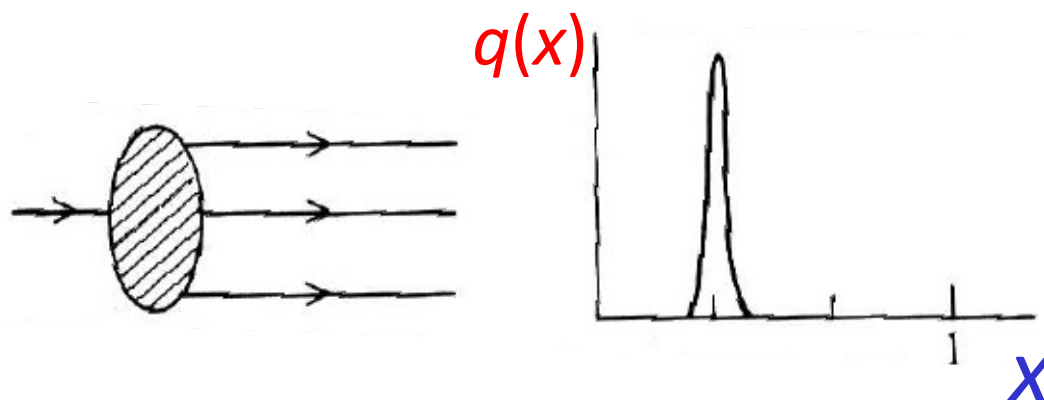
$$\left\{ \begin{array}{l} MW_1(Q^2, \nu) \xrightarrow{\nu, Q^2 \rightarrow \infty} \mathcal{F}_1(\mathbf{x} = Q^2/2M\nu) = \sum_f \frac{1}{2} e_f^2 q_f(\mathbf{x}) \\ \nu W_2(Q^2, \nu) \xrightarrow{\nu, Q^2 \rightarrow \infty} \mathcal{F}_2(\mathbf{x}) = \sum_f e_f^2 x q_f(\mathbf{x}) \end{array} \right. \quad \therefore 2 \times \mathcal{F}_1(\mathbf{x}) = \mathcal{F}_2(\mathbf{x})$$

- Drell Yan 過程

$$d\sigma_{DY} \sim \sum_F \left| \begin{array}{c} P \\ \text{---} \end{array} \right|^2 \sim \text{Im} \left[ \begin{array}{c} \bar{q}(x_2) \\ x_2 \\ x_1 \\ q(x_1) \\ P \quad P'=P \end{array} \right]$$

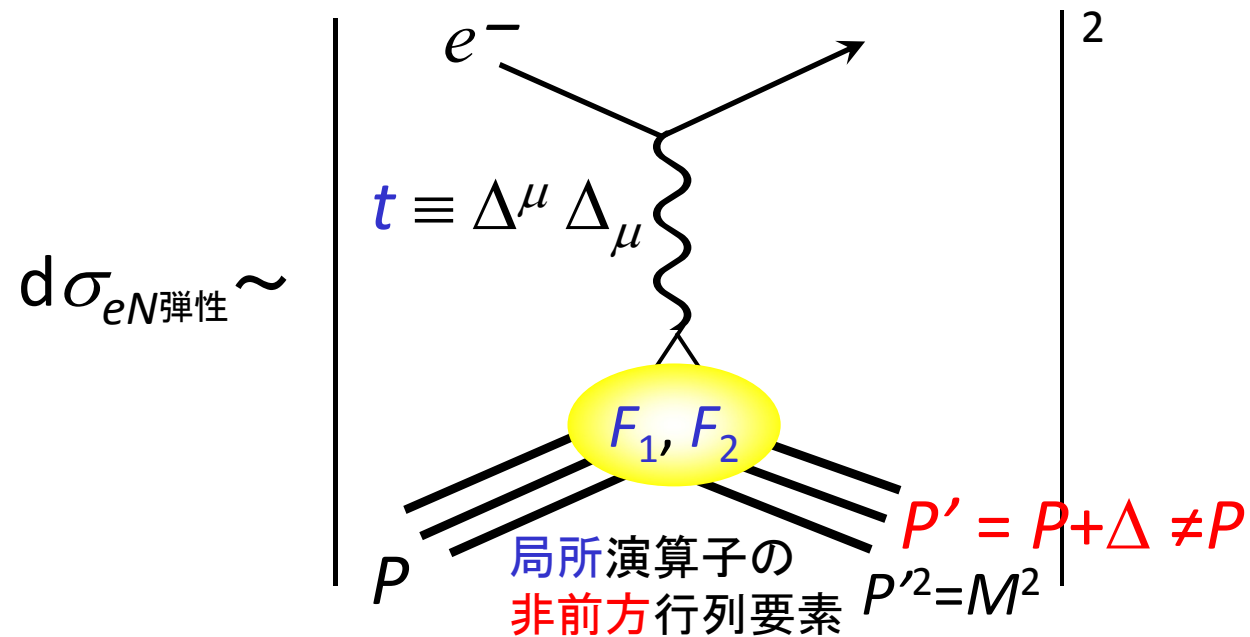
$$\sim \# \sum_f e_f^2 [q_f(x_1) \bar{q}_f(x_2) + \bar{q}_f(x_1) q_f(x_2)]$$

# PDFの概形



# 形状因子

- 電子-陽子弾性散乱

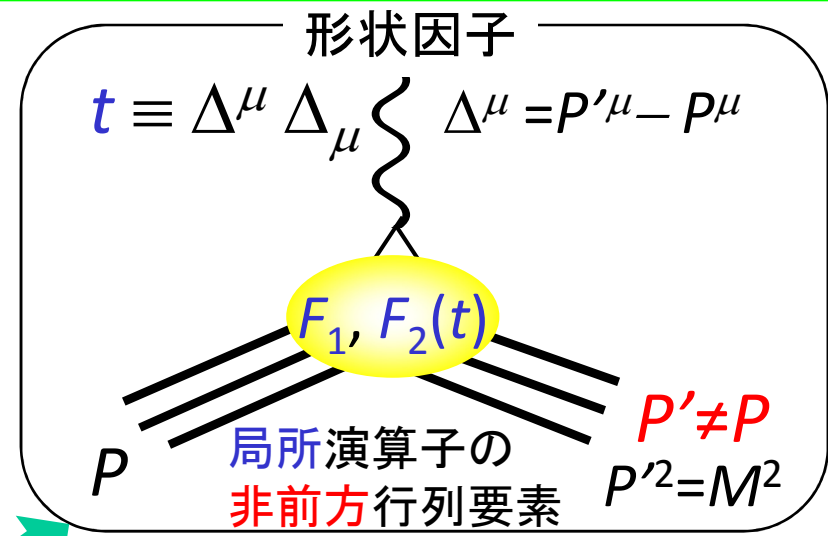
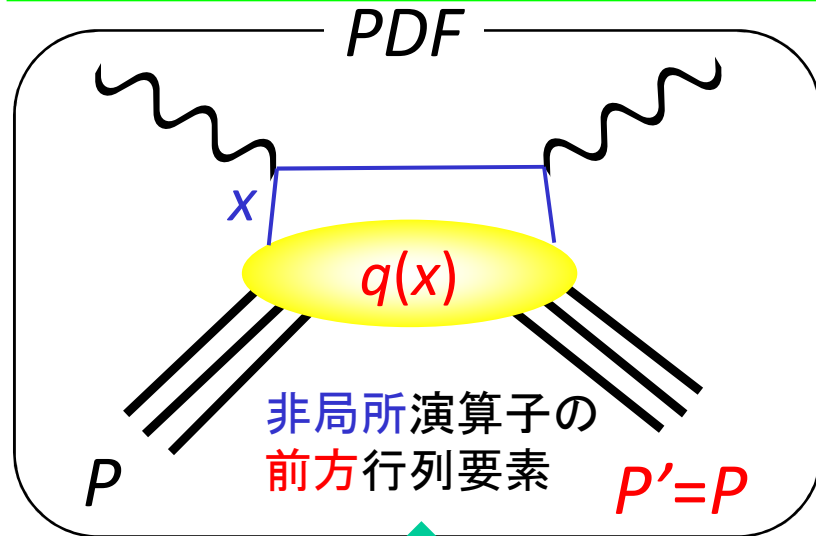


異常磁気能率の分布

$$\sim \# F_1(t)^2 + \# F_2(t)^2 + \# F_1(t) F_2(t)$$

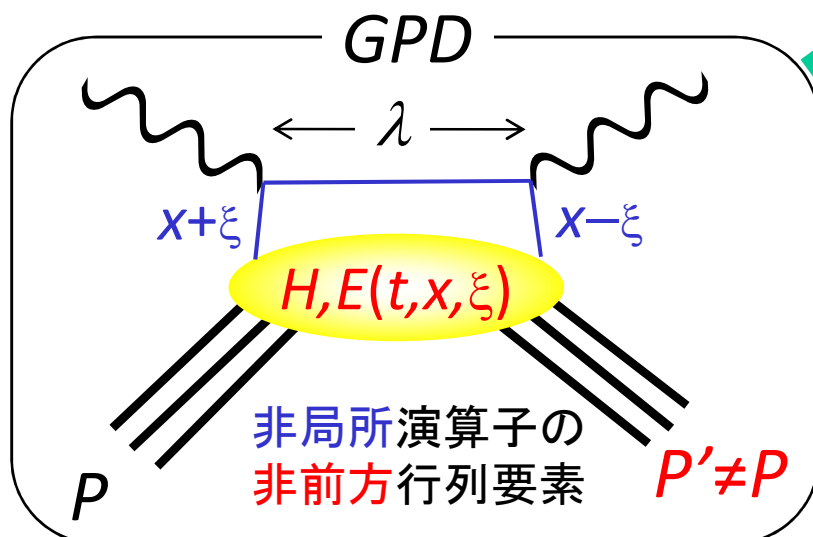
電荷分布

# 一般化パートン分布 (Generalized Parton Dist.)

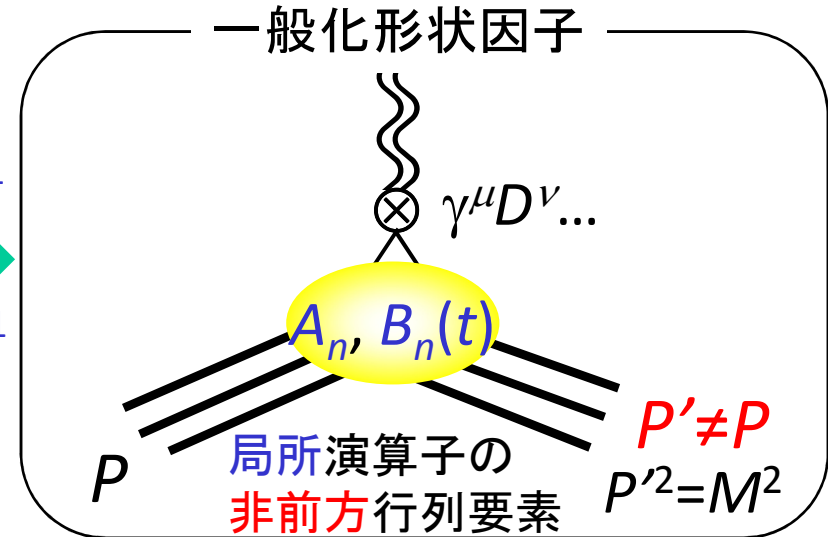


$p' \rightarrow p$  i.e.  $t \rightarrow 0$

$\lambda \rightarrow 0$  i.e.  $\delta(\lambda) = \int dx e^{ix\lambda}$



$\int dx x^{n-1}$   
||  
 $\int dx \partial_\lambda^{n-1}$



# エネルギー運動量テンソルと角運動量

- 正準テンソルと軌道角運動量

$$T^{\mu\nu} = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi} \partial^\nu \phi - g^{\mu\nu} \mathcal{L}$$

$$\text{cf. } H = p \frac{dq}{dt} - L \Big|_{p=\partial L / \partial \dot{q}}$$

$$\mathbf{L} = \int d^3x (\mathbf{x} \times T^{0i}) \Rightarrow \psi^\dagger \mathbf{x} \times (-i\nabla) \psi$$

- 対称テンソルと全角運動量

$$\Theta^{\mu\nu} = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta g_{\mu\nu}} \Rightarrow \bar{\psi} \gamma^{\mu} i \partial^{\nu} \psi$$

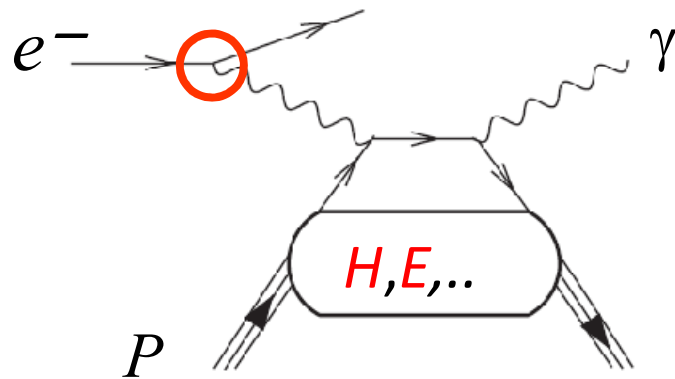
$$\text{cf. } j^\mu = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta A_\mu} \Rightarrow \bar{\psi} e \gamma^\mu \psi$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle x \rangle_q = A_{20}(t=0); \\ \mathbf{J} = \int d^3x (\mathbf{x} \times \Theta^{0i}) \Rightarrow \psi^\dagger [\mathbf{x} \times (-i\nabla) + \gamma^0 \boldsymbol{\sigma} / 2] \psi \\ \langle \mathbf{J} \rangle \sim \# (A_{20} + B_{20})|_{t=0} \bar{N} \boldsymbol{\sigma} N \quad \text{X.Ji, PRL 78 (1997)} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} e_p = F_1(t=0); \\ K_p = F_2(t=0) \end{array} \right.$$

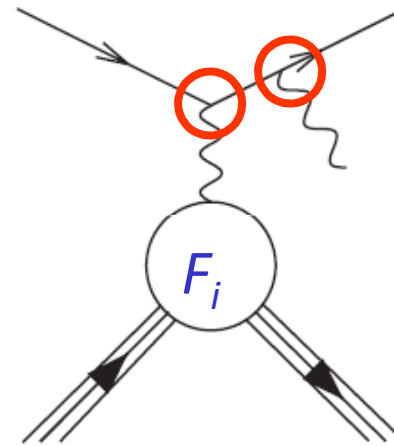
※ グルーオンのスピン・軌道分離 ← ゲージ不変性 vs. 局所演算子

# 深部仮想コンプトン散乱

Deeply Virtual Compton Scattering



Bethe-Heitler



$$|\tau|^2 = |\tau_{\text{BH}}|^2 + |\tau_{\text{DVCS}}|^2 + \underbrace{\tau_{\text{DVCS}}\tau_{\text{BH}}^* + \tau_{\text{DVCS}}^*\tau_{\text{BH}}}_{F_1 \times H, F_2 \times E, \dots}$$

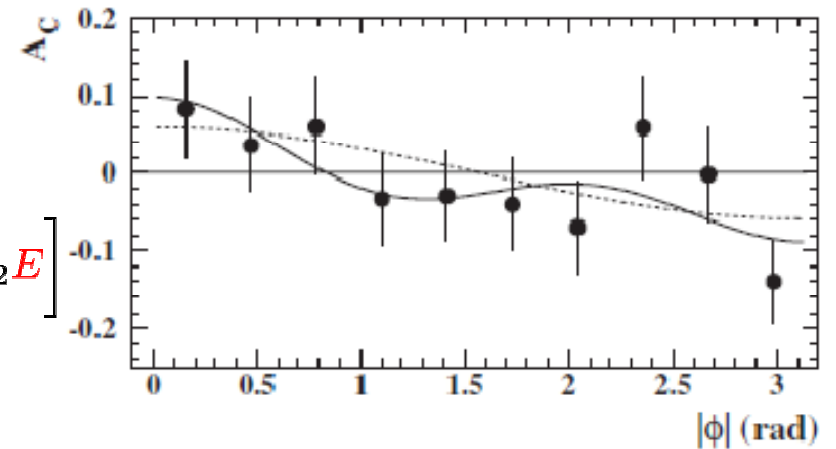
# 非对称度

- beam charge asymmetry

$$A_C(\phi) = \frac{N^+(|\phi|) - N^- (|\phi|)}{N^+(|\phi|) + N^- (|\phi|)}$$

$$\propto \cos \phi \operatorname{Re} \left[ F_1 \textcolor{red}{H} + \frac{x}{2-x} (F_1 + F_2) \tilde{H} - \frac{t}{4M^2} F_2 \textcolor{red}{E} \right]$$

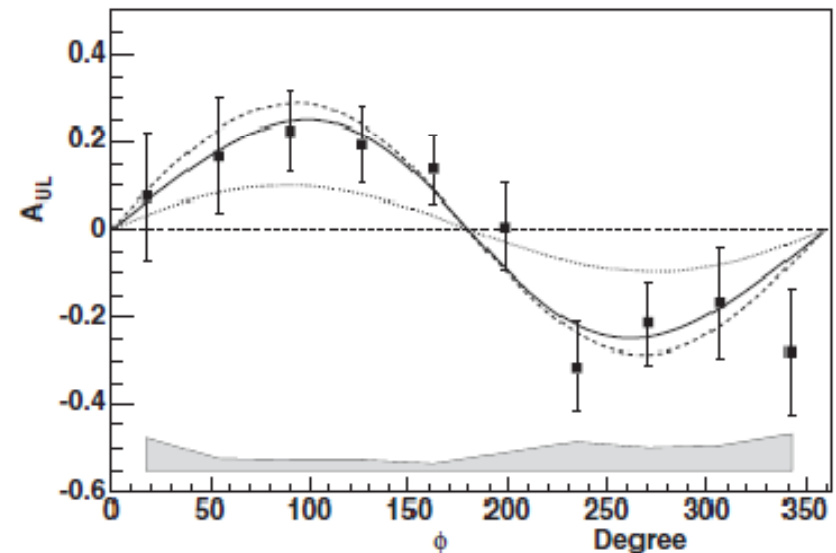
HERMES coll. PRD **75** (2007) 011103



- Longitudinal target spin asymmetry

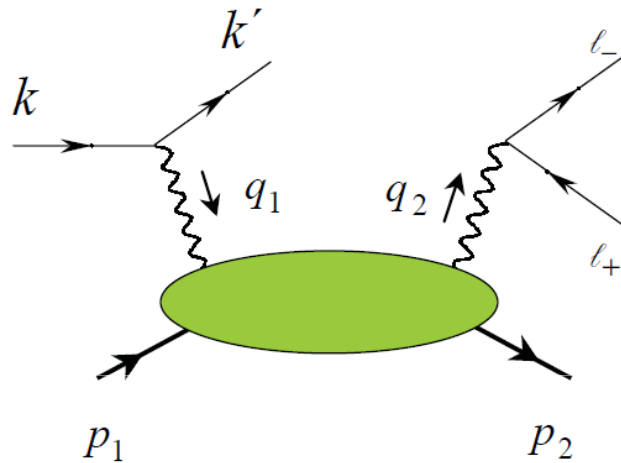
$$A_{UL}(\phi) = \frac{d\sigma^{\uparrow}(\phi) - d\sigma^{\downarrow}(\phi)}{d\sigma^{\uparrow}(\phi) + d\sigma^{\downarrow}(\phi)}$$

CLAS coll. PRL **97** (2006) 072002

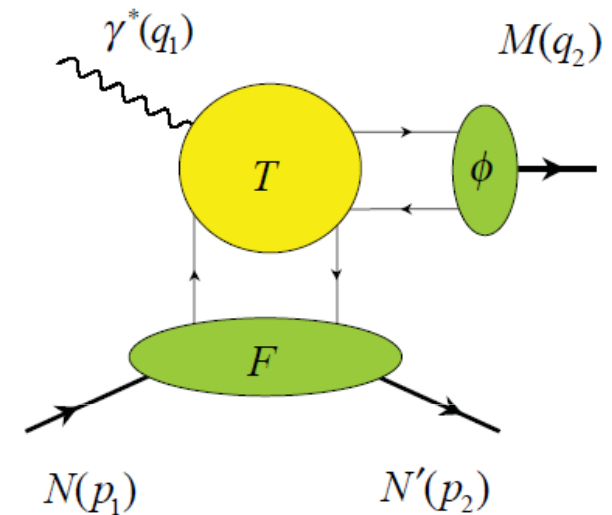


# DVCS 以外の実験とGPD

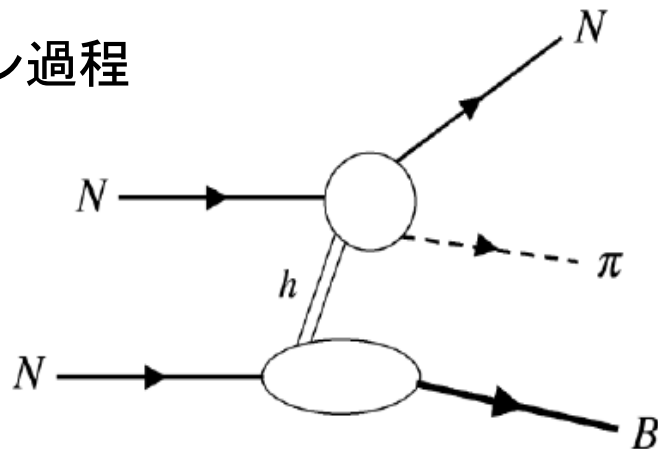
- レプトン対生成



- 中間子生成



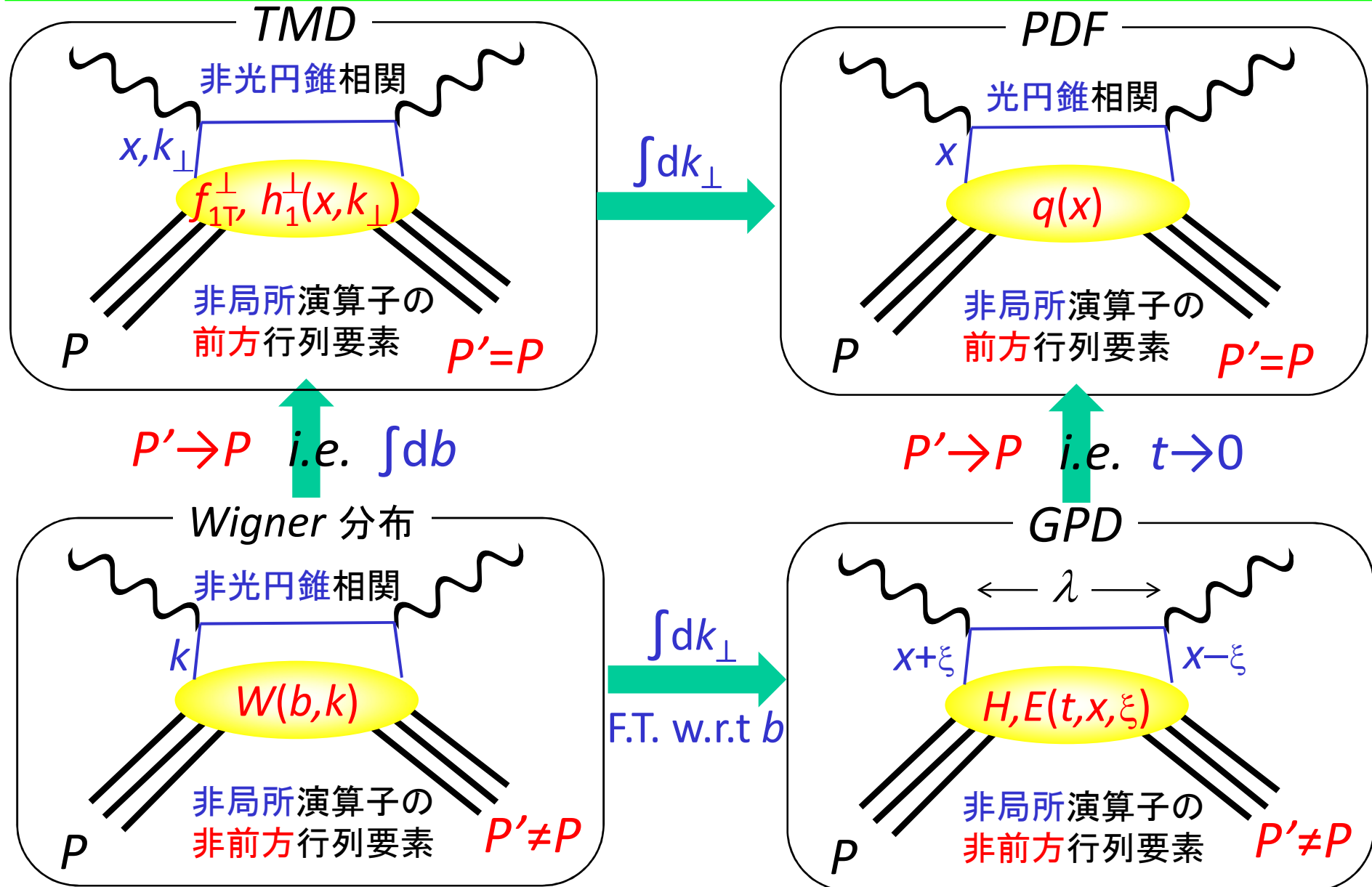
- ハドロン過程



Accessible @ J-PARC, GSI..



# GPD & TMD(Transverse Momentum Dependent parton dist.)



# 実験との対応と前方極限值

	構造関数 (スケーリング関数)		PDF	形状因子 (一般化形状因子)		GPD
非偏極	$W_1, W_2(Q^2, x)$	$F_1, F_2; f_1, f_2(x)$	$q; f_q(x)$	$F_1, F_2; G_E, G_M; A_{10}, B_{10}(t)$	$A_{nk}, B_{nk}, C_n(t)$	$E, H(t, x, \xi)$
	DIS		DIS, DY	Elastic $\ell N$ ; $\xrightarrow{t \rightarrow 0} e, \kappa$	$\xrightarrow{t \rightarrow 0} \langle x^{n-1} \rangle_q, J_q$	DVCS, 中間子生成 $\xrightarrow{t \rightarrow 0} q(x)$
縦偏極	$G_1, G_2(Q^2, x)$	$g_1, g_2(x)$	$\Delta q(x)$	$G_A, G_P; g_A, h_A(t)$	$\tilde{A}_{nk}, \tilde{B}_{nk}, \tilde{C}_n(t)$	$\tilde{E}, \tilde{H}(t, x, \xi)$
	偏極DIS		偏極DIS, W生成, 偏極DY	$\nu N, \pi$ 生成; $\xrightarrow{t \rightarrow 0} g_A, S_q$	$\xrightarrow{t \rightarrow 0} \langle x^{n-1} \rangle_{\Delta q}$	DVCS, 中間子生成 $\xrightarrow{t \rightarrow 0} \Delta q(x)$
横偏極	$F_{UT}^{\sin(\phi)}, \dots$	$h_1(x)$	$\delta q; \Delta_T q(x)$	$G_T(t); A_{T10}, B_{T10} \dots$	$A_{Tnk}, B_{Tnk}(t) \dots$	$E_T, H_T(t, x, \xi) \dots$
	$A_{UT}$ in SIDIS, $A_{TT}$ in $\bar{p}p$ DY, ..			$\xrightarrow{t \rightarrow 0} g_T$	$\xrightarrow{t \rightarrow 0} \langle x^{n-1} \rangle_{\delta q}$	$\xrightarrow{t \rightarrow 0} \delta q(x)$

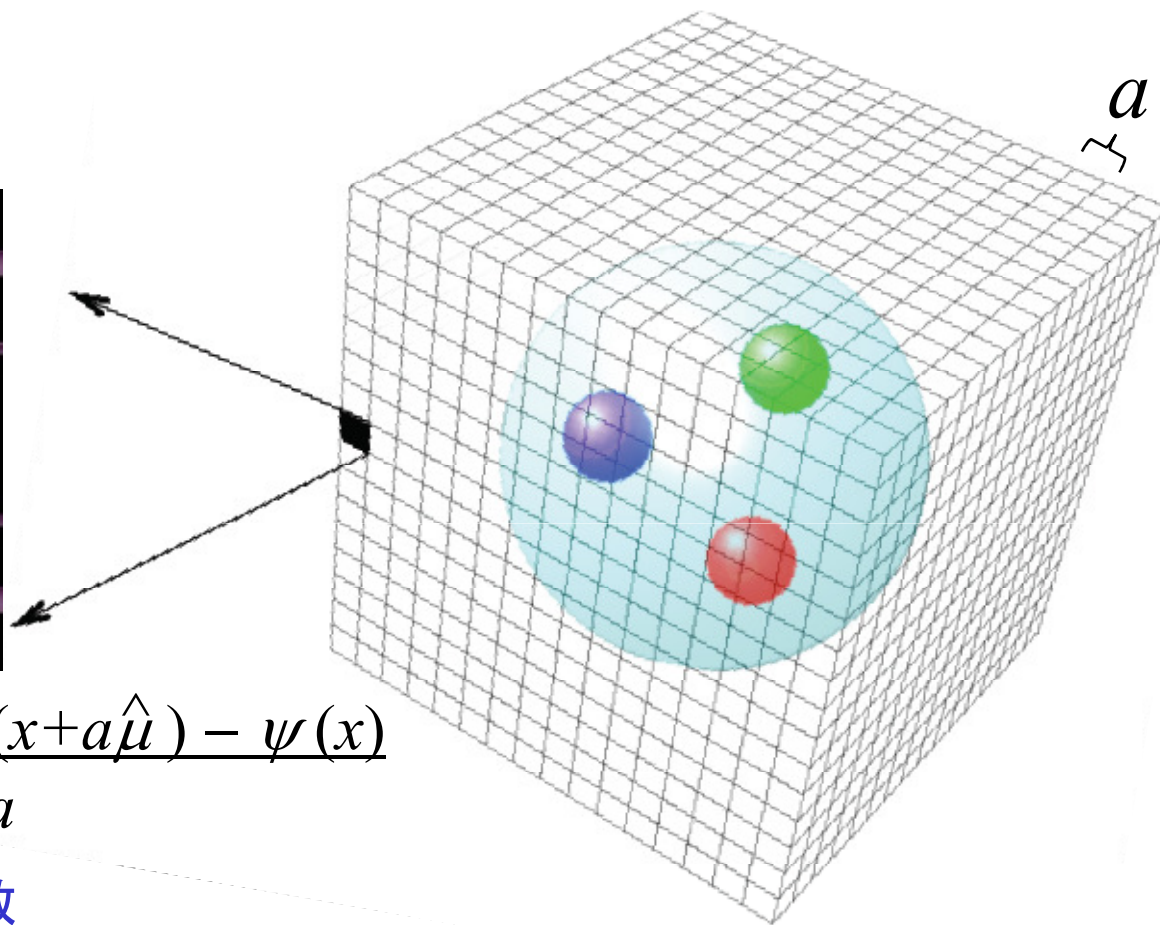
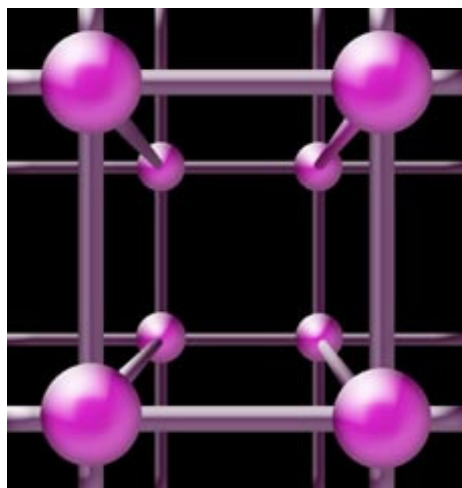
## 1. 核子構造の基礎

- パarton分布と深非弾性散乱
- 形状因子と弾性散乱
- 一般化parton分布と深部仮想コンプトン散乱

## 2. 格子 QCD による解析

- 異常磁気能率と荷電半径
- 軸性結合定数, 電磁分極率
- クォークの全角運動量, グルーオンからの寄与

# 格子状に分割した時空と場



$$D_\mu \psi(x) \Rightarrow \frac{e^{iagA_\mu(x)} \psi(x+a\hat{\mu}) - \psi(x)}{a}$$

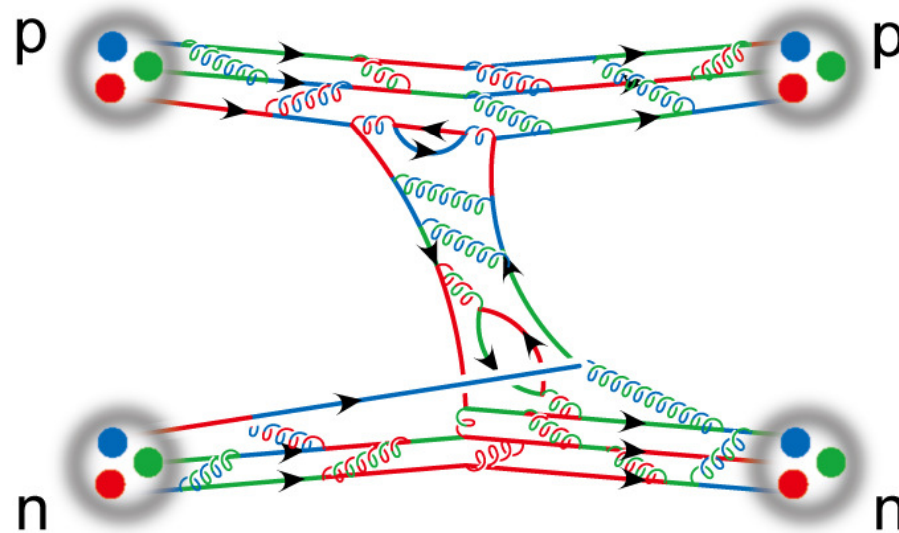
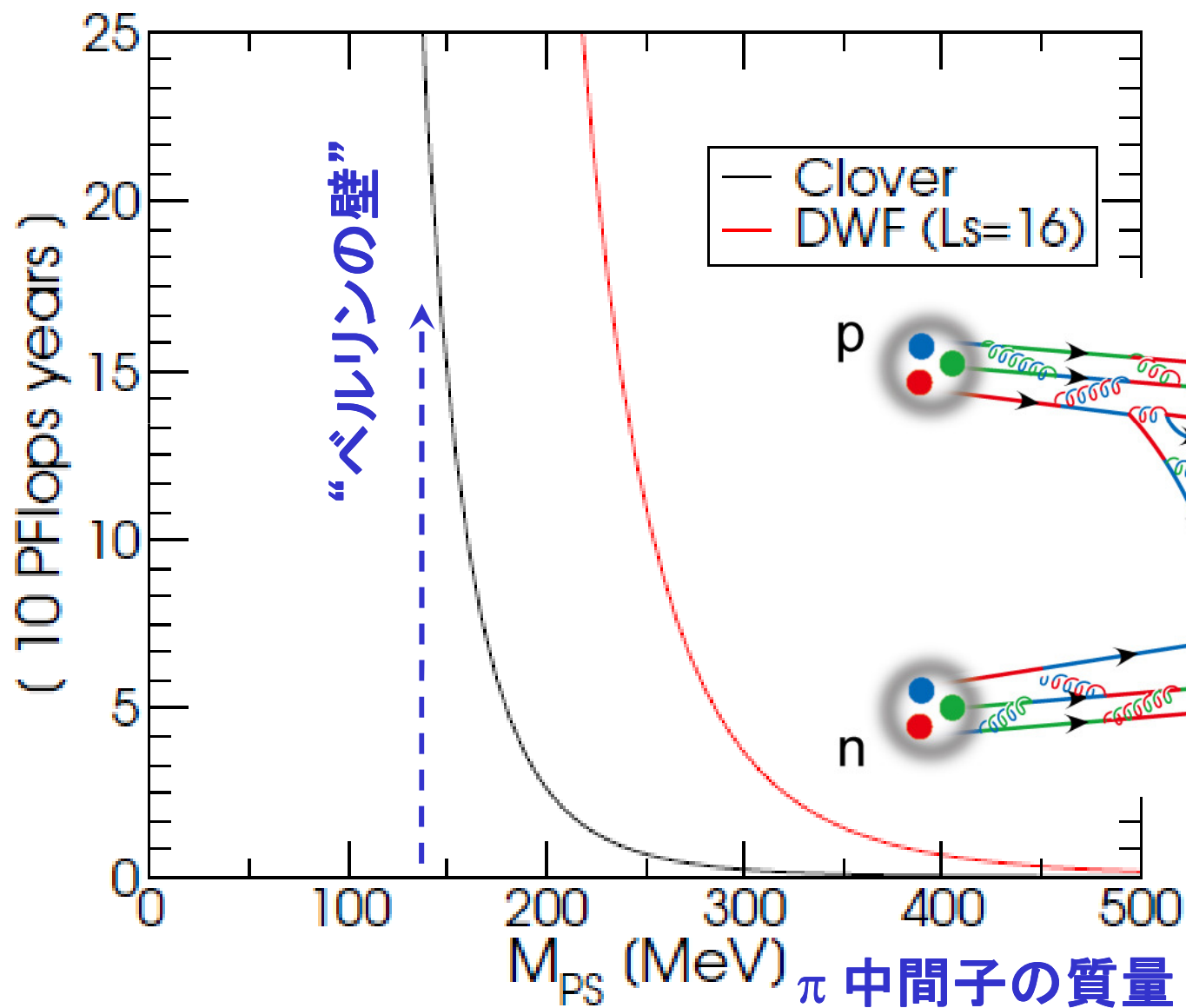
リンク変数

- フェルミオンの格子定式化: staggered, Wilson, Domain Wall, Overlap, ..

計算コスト vs. カイラル対称性

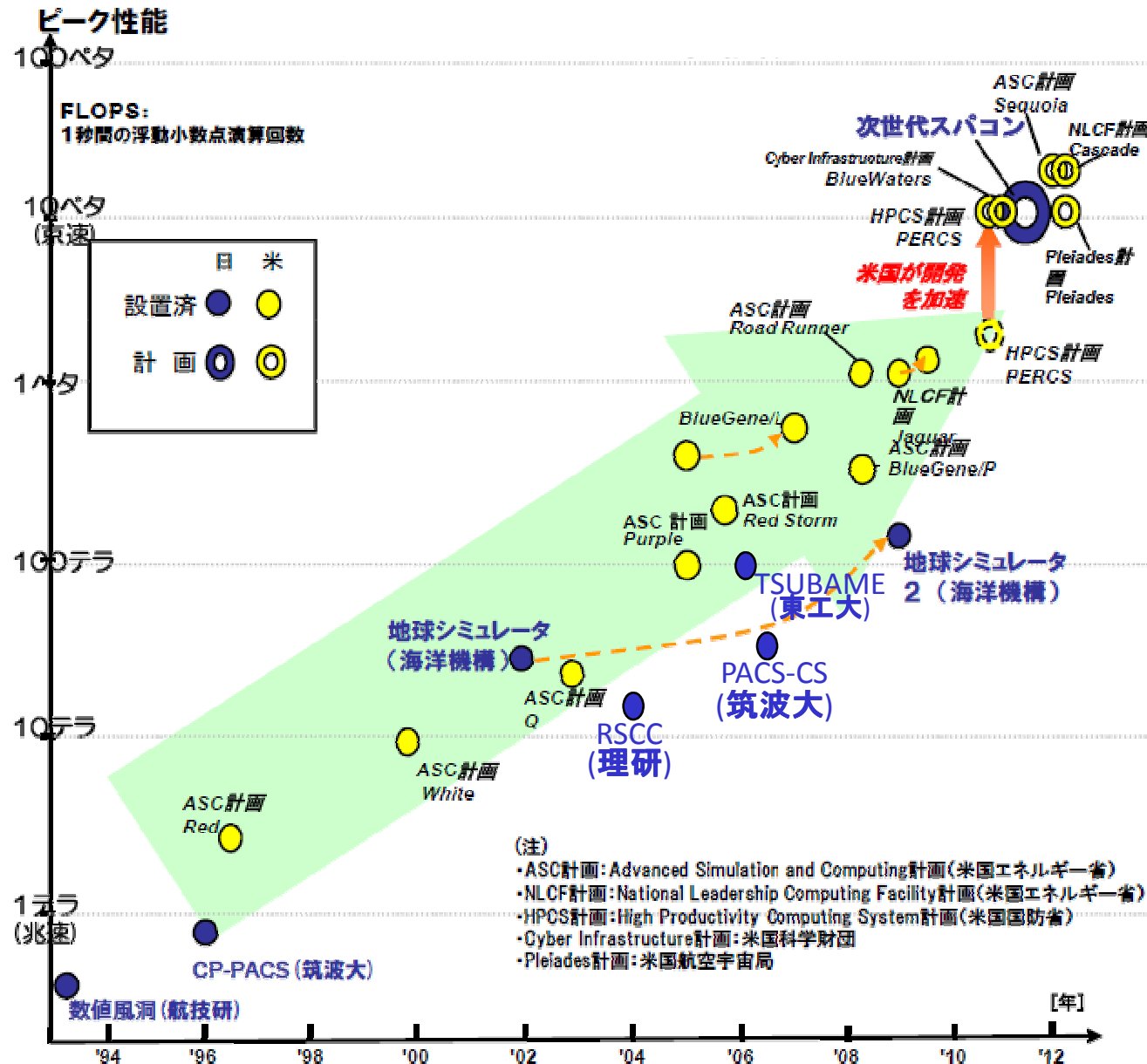
# 計算性能の限界

A. Ukawa,  
Lattice 2001 @ Berlin



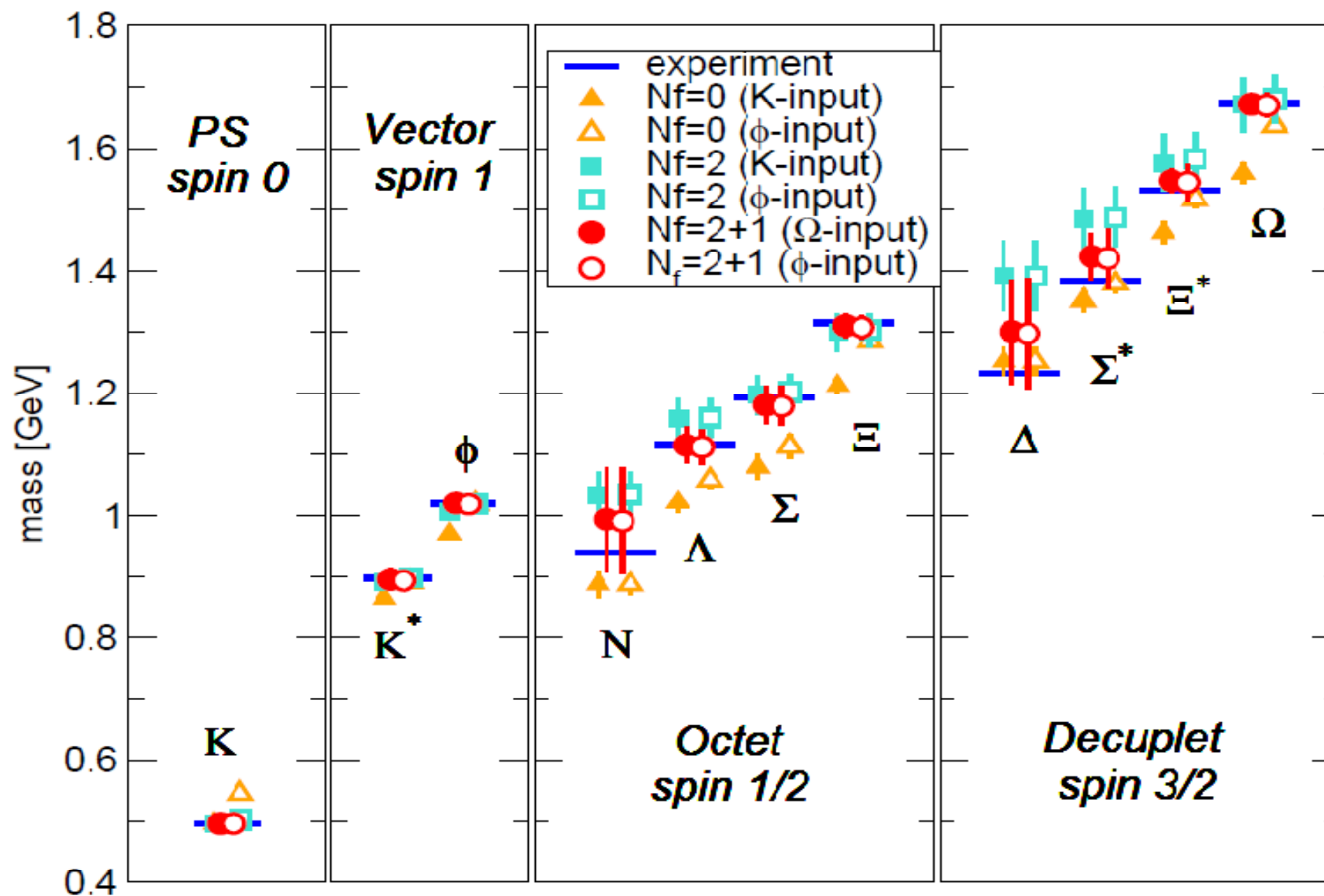
# 国内外のスパコンの変遷

文部科学省研究振興局,  
講演資料(2010)



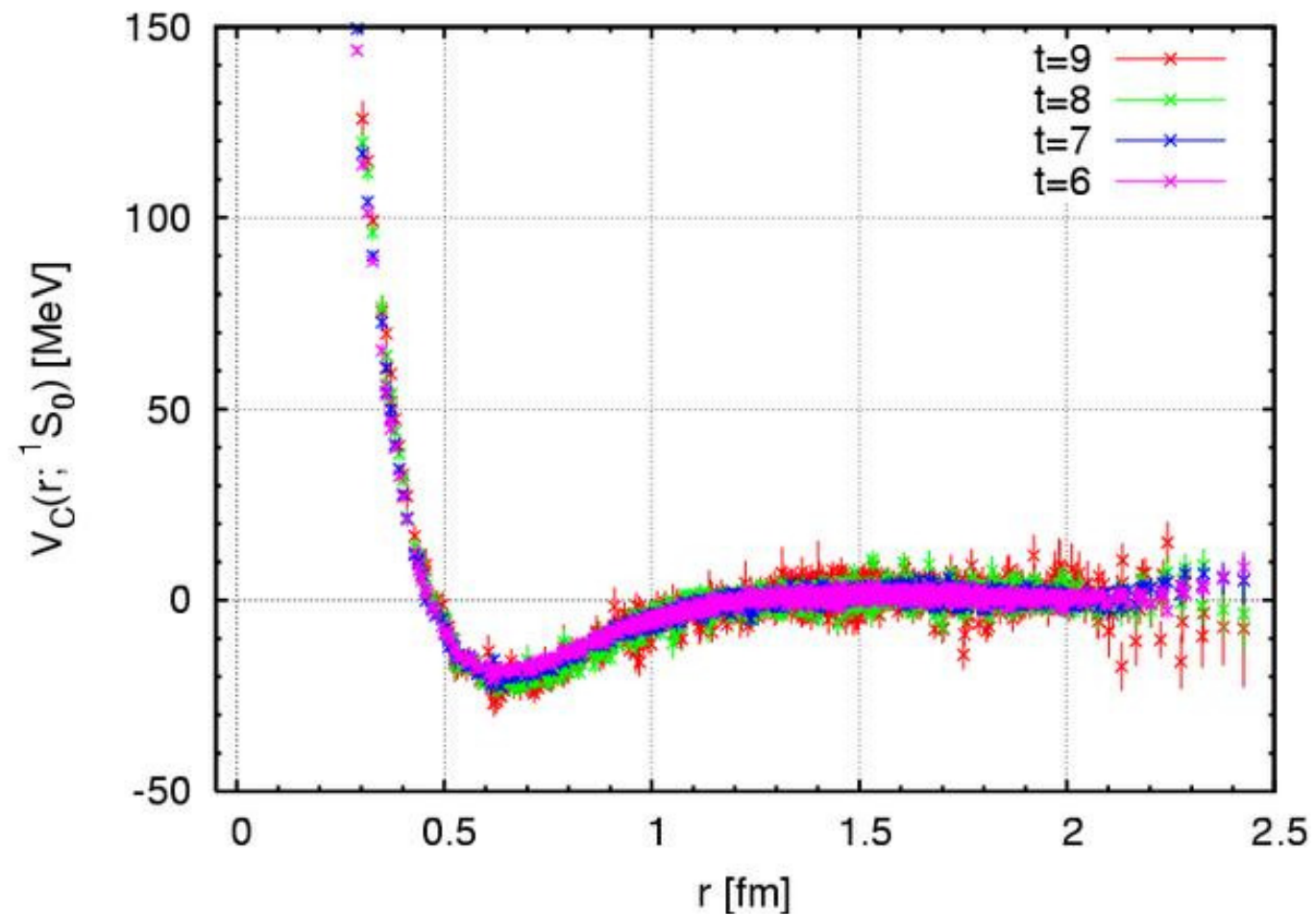
# 粒子質量の実験値と計算値

Y. Kuramashi, PoS Lat2007 (2007) 017



# 格子計算による重粒子間ポテンシャル

≡ N. Ishii, S. Aoki & T. Hatsuda, PRL **99** (2007)





# Moments of GPD: Generalized Form Factors

- Polynomiality

☞ X. Ji, J. Phys. **G24** (1998) 1181

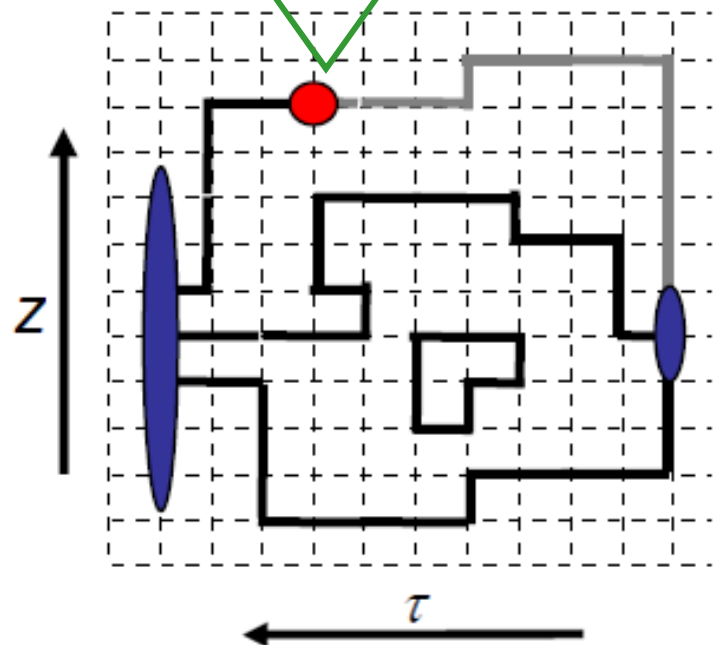
$$\int dx x^{n-1} \begin{bmatrix} H(x, \xi, t) \\ E(x, \xi, t) \end{bmatrix} = \sum_{k=0}^{[n-1/2]} (2\xi)^{2k} \begin{bmatrix} A_{n,2k}(t) \\ B_{n,2k}(t) \end{bmatrix} \pm \delta_{n,\text{even}} (2\xi)^n C_n(t)$$

☞  $A_{n,2k}, B_{n,2k}, C_n$  are related to  $\langle P | \bar{\psi} \gamma^{\{\mu_1} \mathbf{D}^{\mu_2} \dots \mathbf{D}^{\mu_n\}} \psi | P' \rangle$

Calculate ratio of 2pt & 3pt correlation functions on lattice



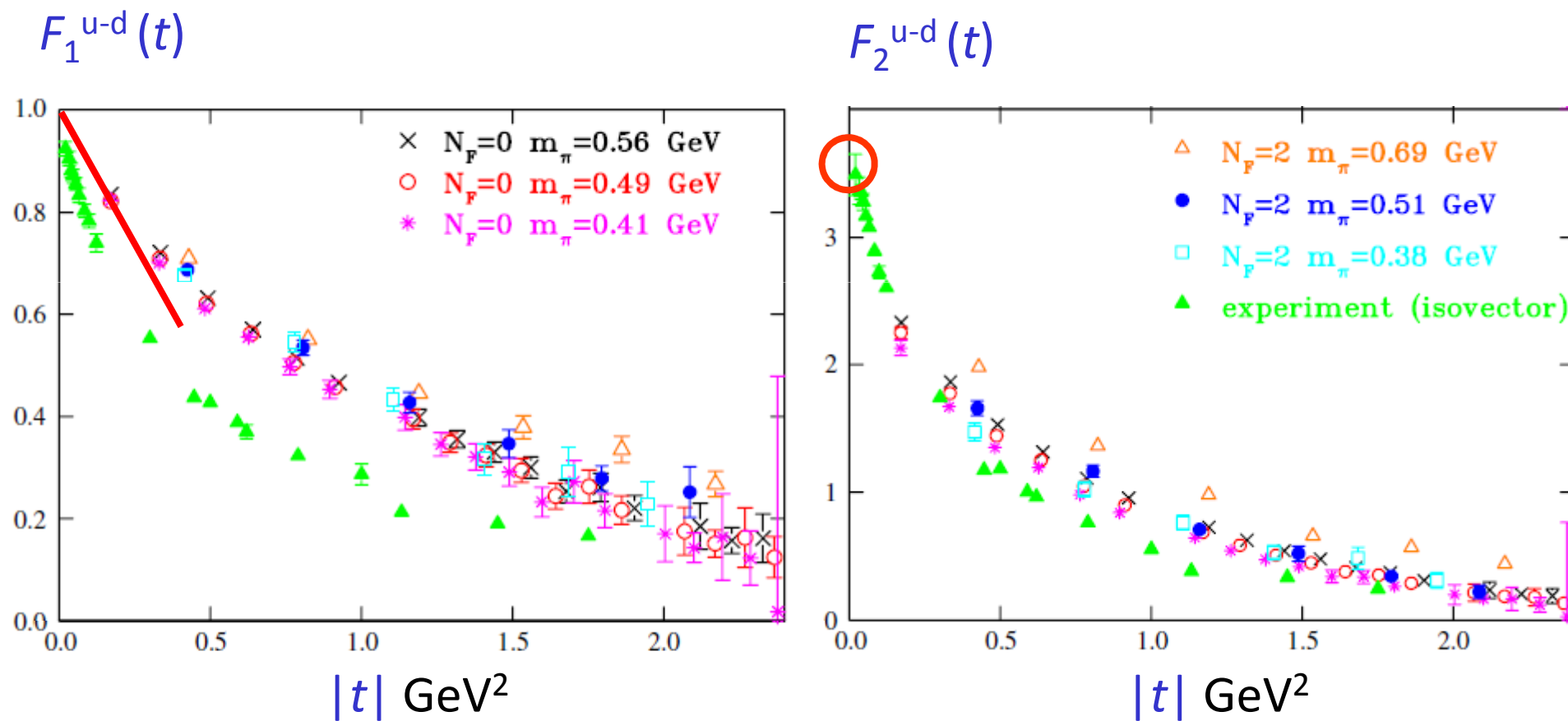
Extract GFF



☞ LHPC, PRD**68** (2003) 034505

# 核子の形状因子

☞ C. Alexandrou, *et al.*, PRD74 (2006)

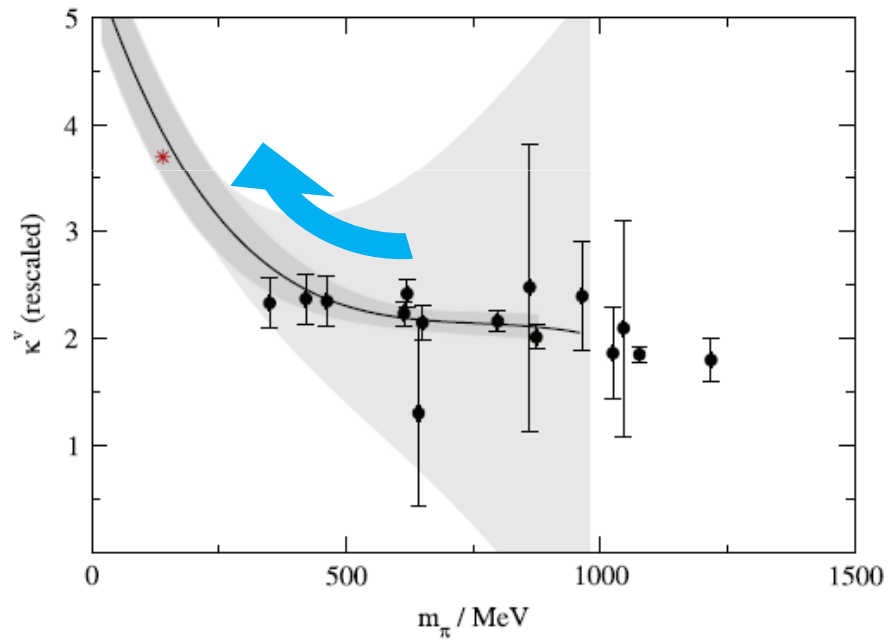


# 異常磁気能率

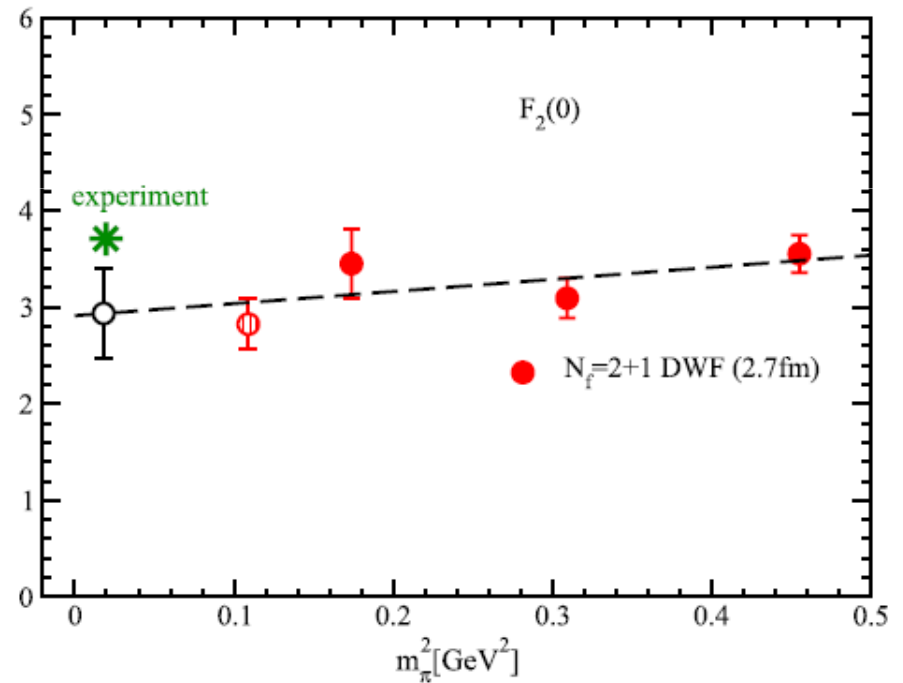
QCDSF, PoS Lattice2007, 161

RBC-UKQCD, PoS Lattice2008

カイラル摂動論による外挿



$N_F=2$ , Wilson-clover

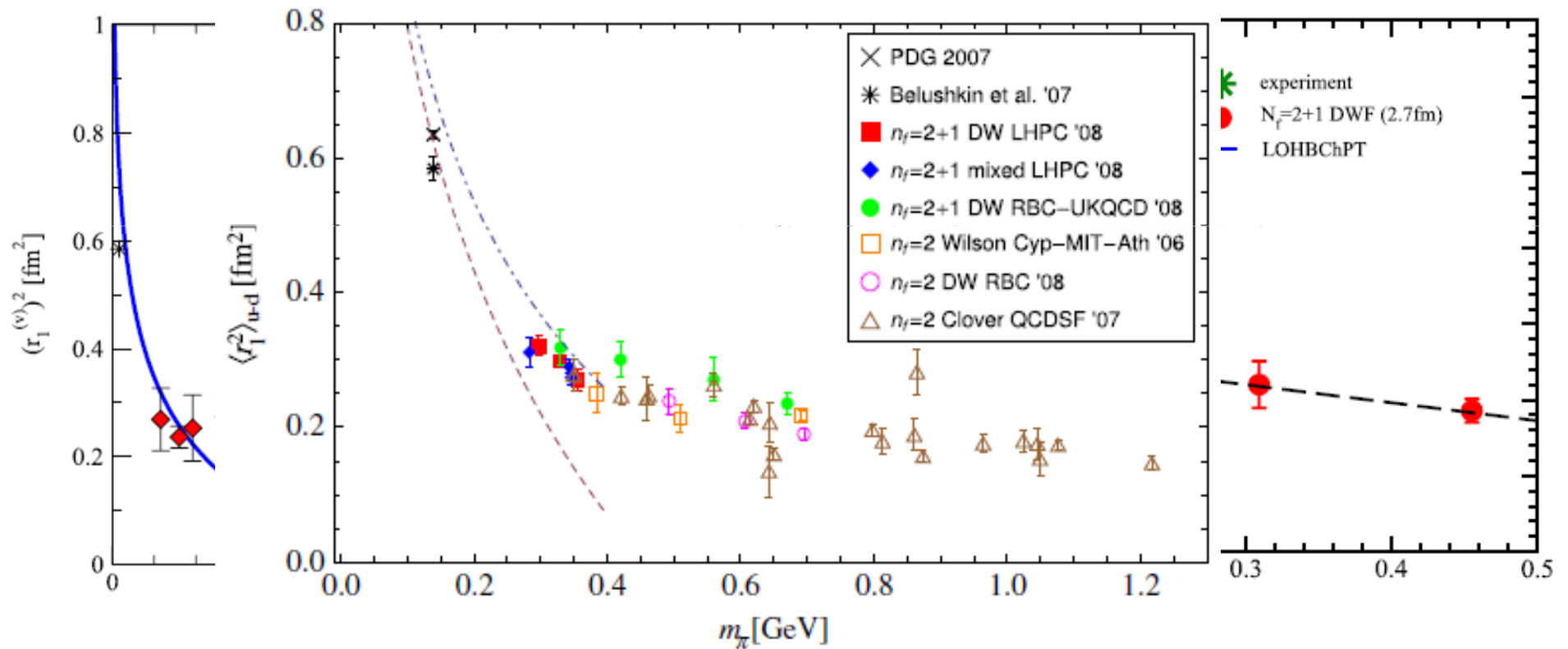


$N_F=2+1$ , Domain Wall

# 荷電半径

QCDSF, PoS Lattice2006,120  
QCDSF, PoS Lattice2007,161

RBC-UKQCD, PoS Lattice2008



$N_f=2$ , Wilson-clover

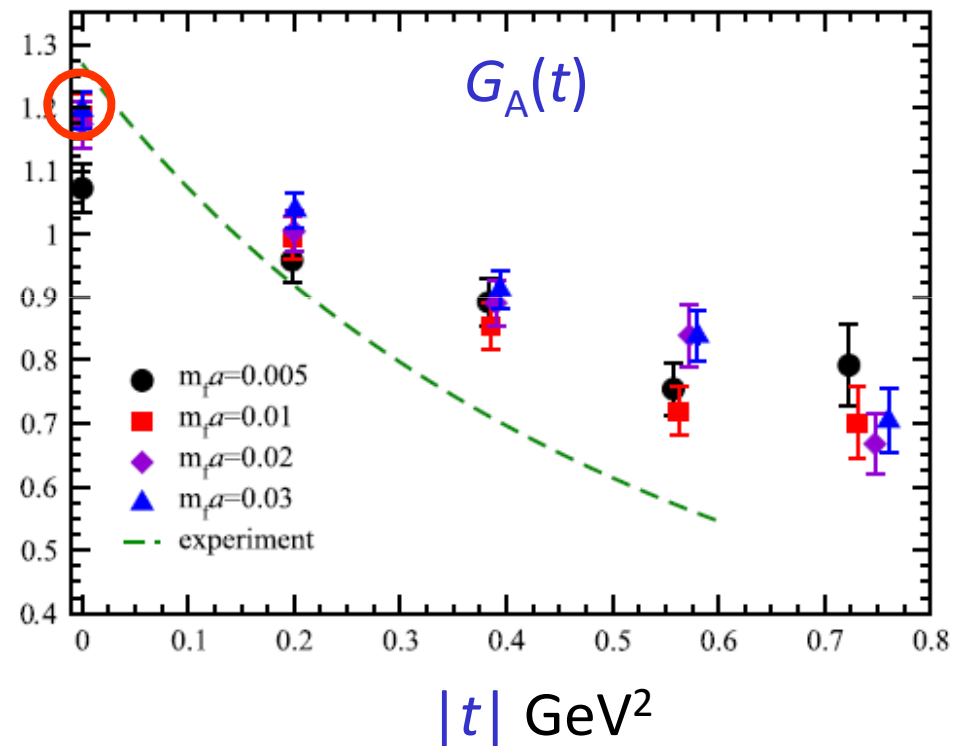
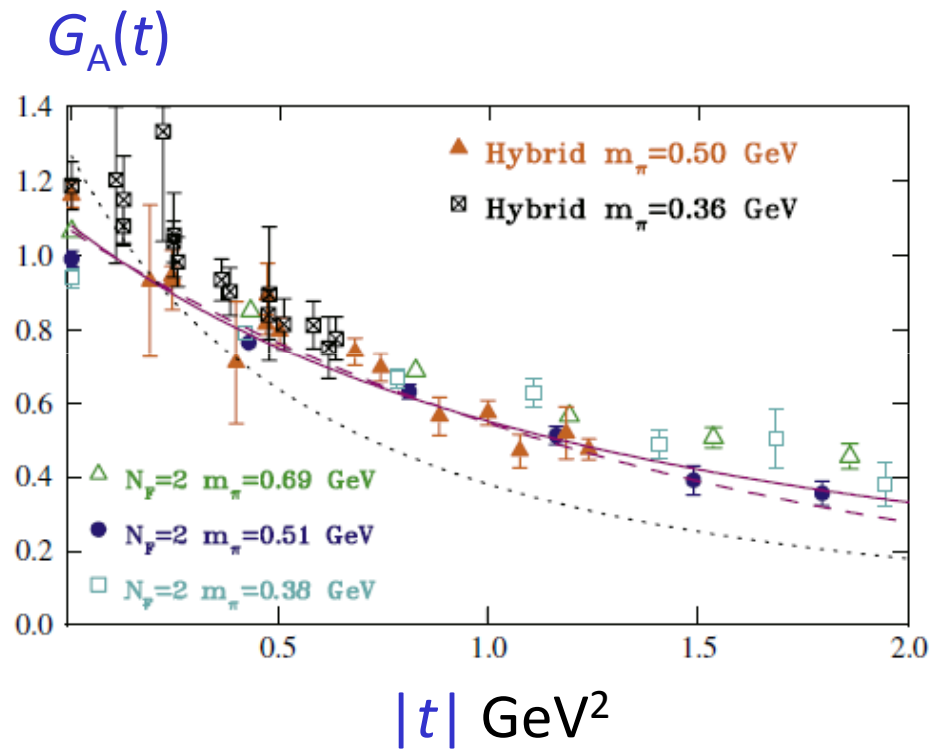
$N_f=2+1$ , Domain Wall

Ph. Hägler, Phys. Rep. **490** (2009)

# 軸性形状因子

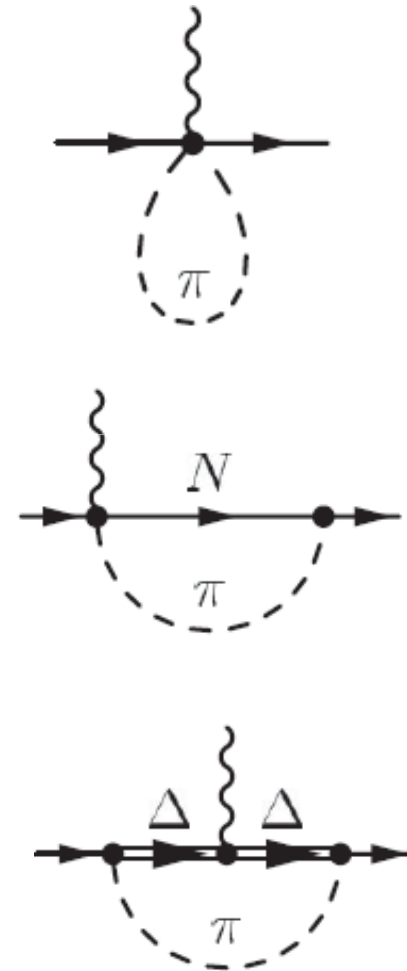
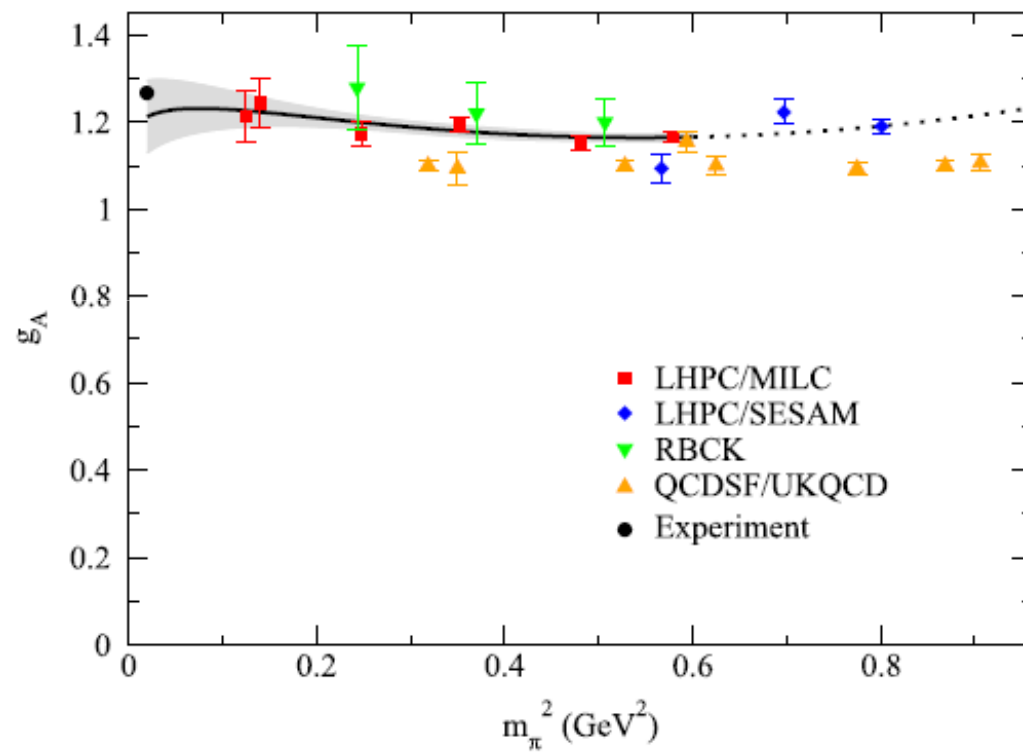
☰ C. Alexandrou, *et al.*, PRD76 (2007)

☰ RBC-UKQCD, PoS Lattice2008



# 軸性結合定数

📖 R. G. Edwards, *et. al.*, PRL**96** (2006)

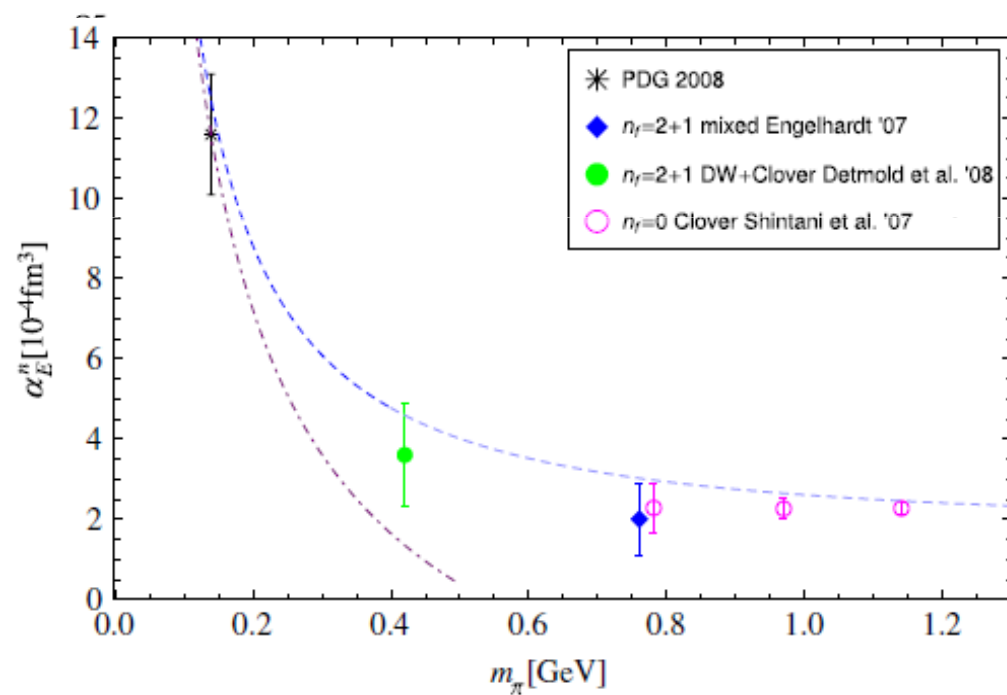


...

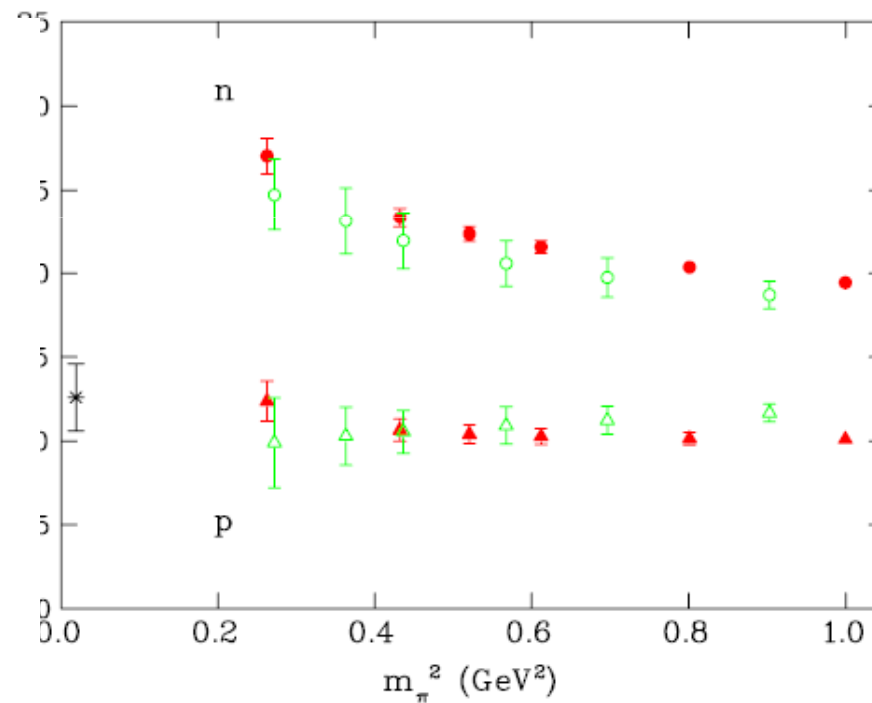
# 電気分極率, 磁気分極率

☞ J. C. Christensen, *et. al.*, PRD**72** (2005)

☞ F. X. Lee, *et. al.*, PLB**627** (2005)



☞ Ph. Hägler, Phys. Rep. **490** (2009)

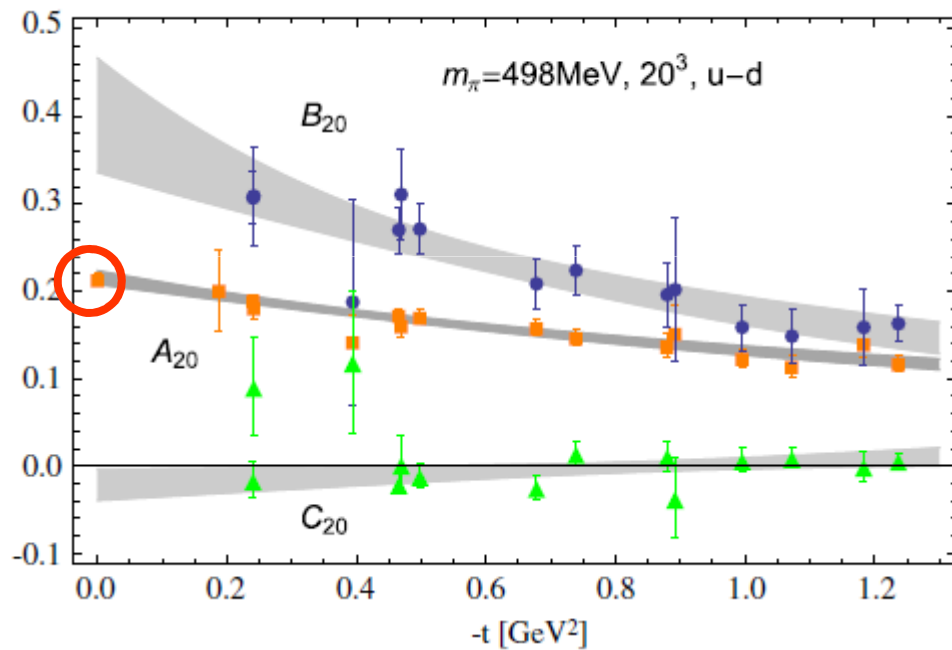


quench 近似

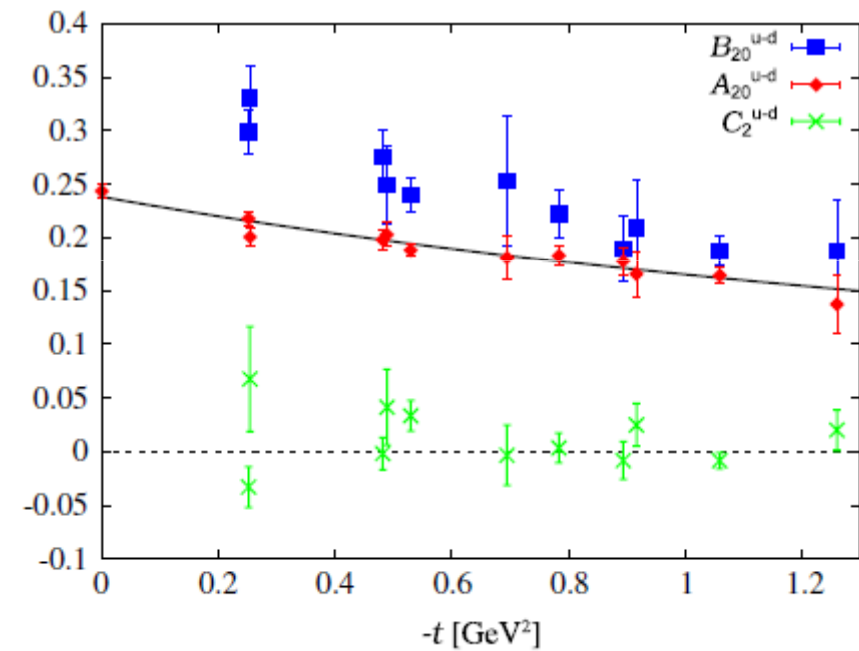
# GPDの2次モーメント

■ LHPC, PRD77 (2008)

■ QCDSF-UKQCD, PoS Lattice2007



$N_f=2+1$ , DW valence on staggered sea

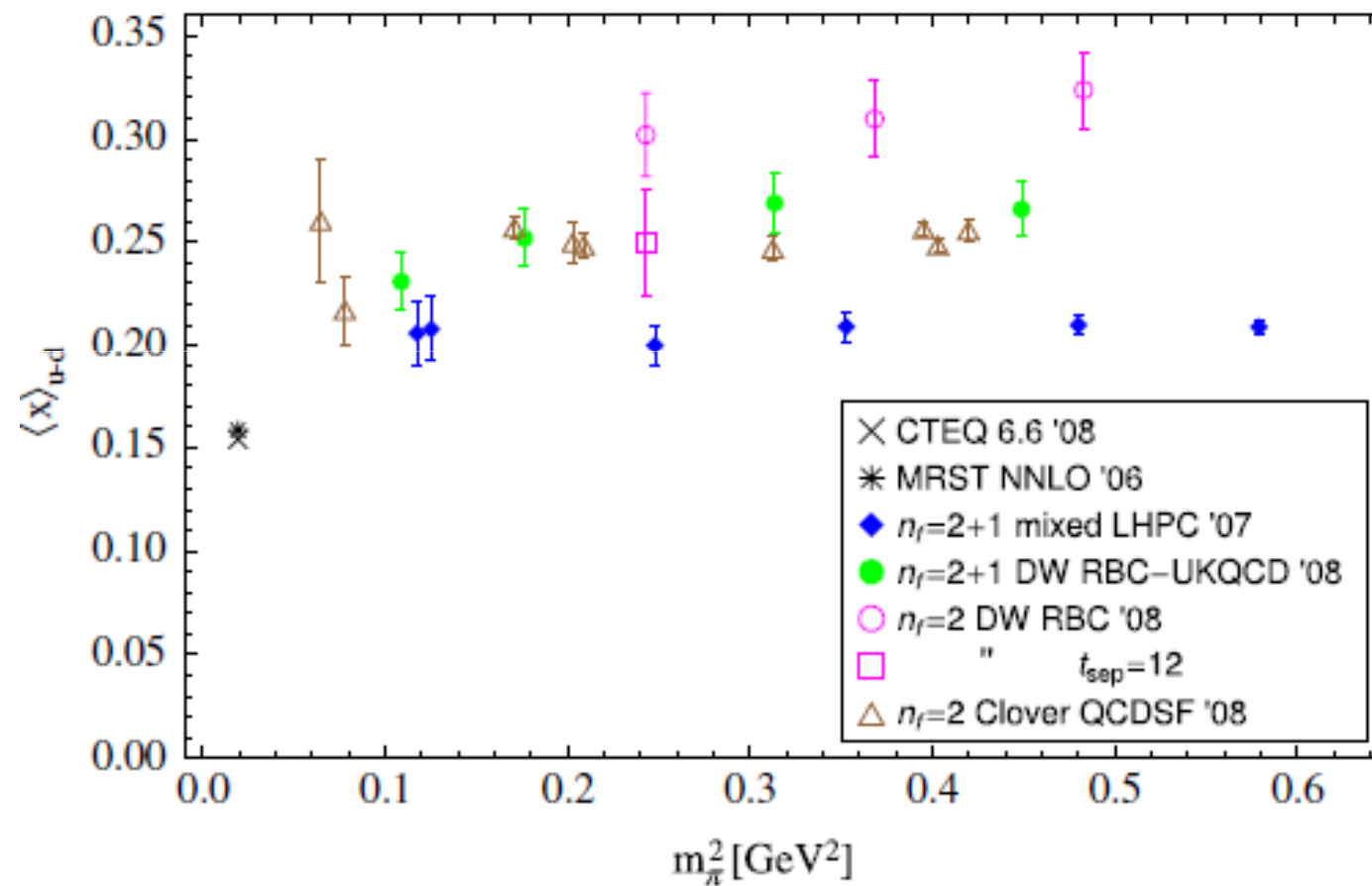


$N_f=2$ , Wilson-clover



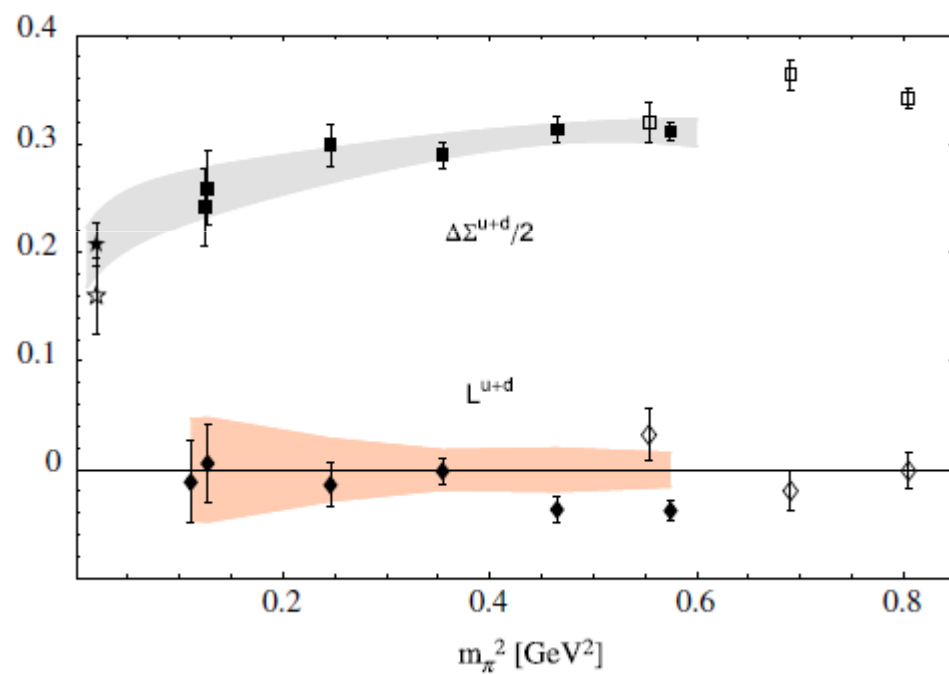
# 運動量比の期待値

Ph. Hägler, Phys. Rep. **490** (2009)



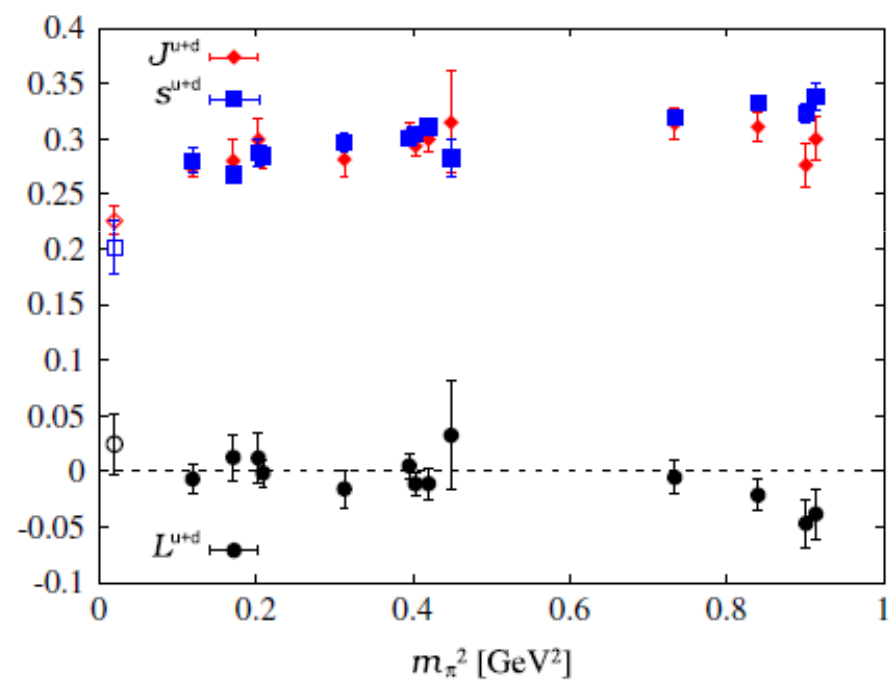
# 核子スピンのクォークからの寄与

■ LHPC, PRD77 (2008)



$N_F=2+1$ , DW valence on staggered sea

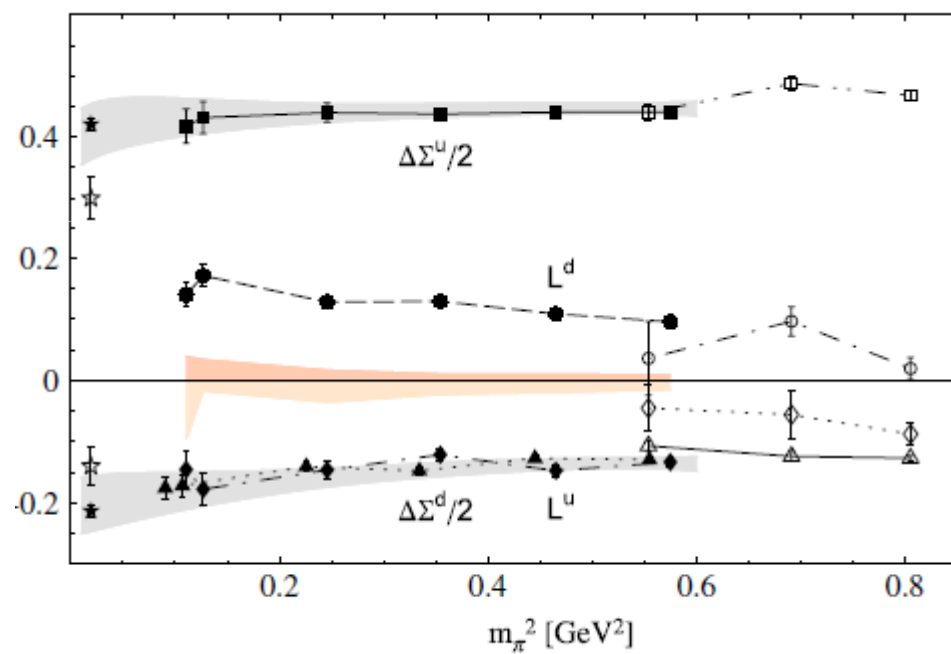
■ QCDSF-UKQCD, PoS Lattice2007



$N_F=2$ , Wilson-clover

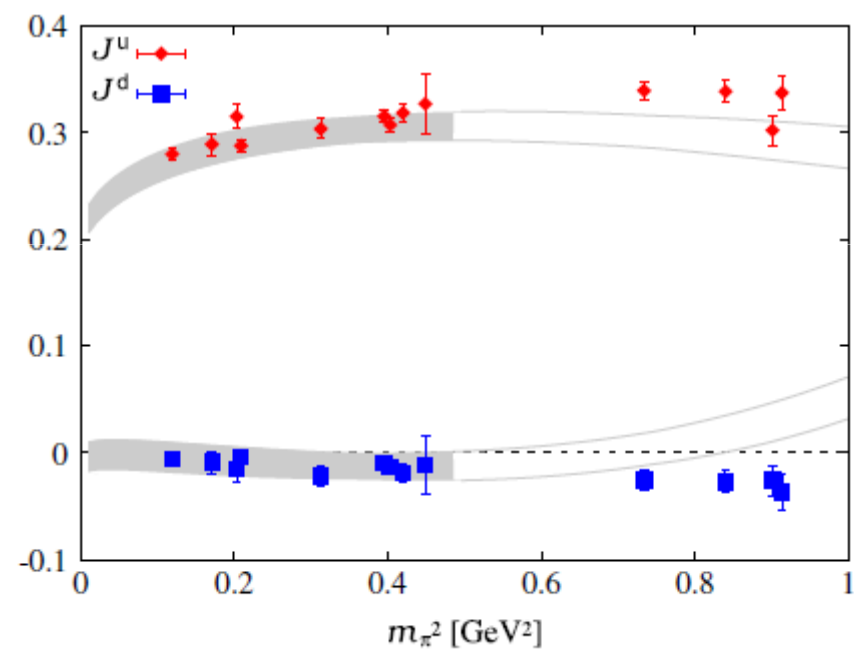
# クォークスピンのフレーバー依存性

■ LHPC, PRD77 (2008)



$N_f=2+1$ , DW valence on staggered sea

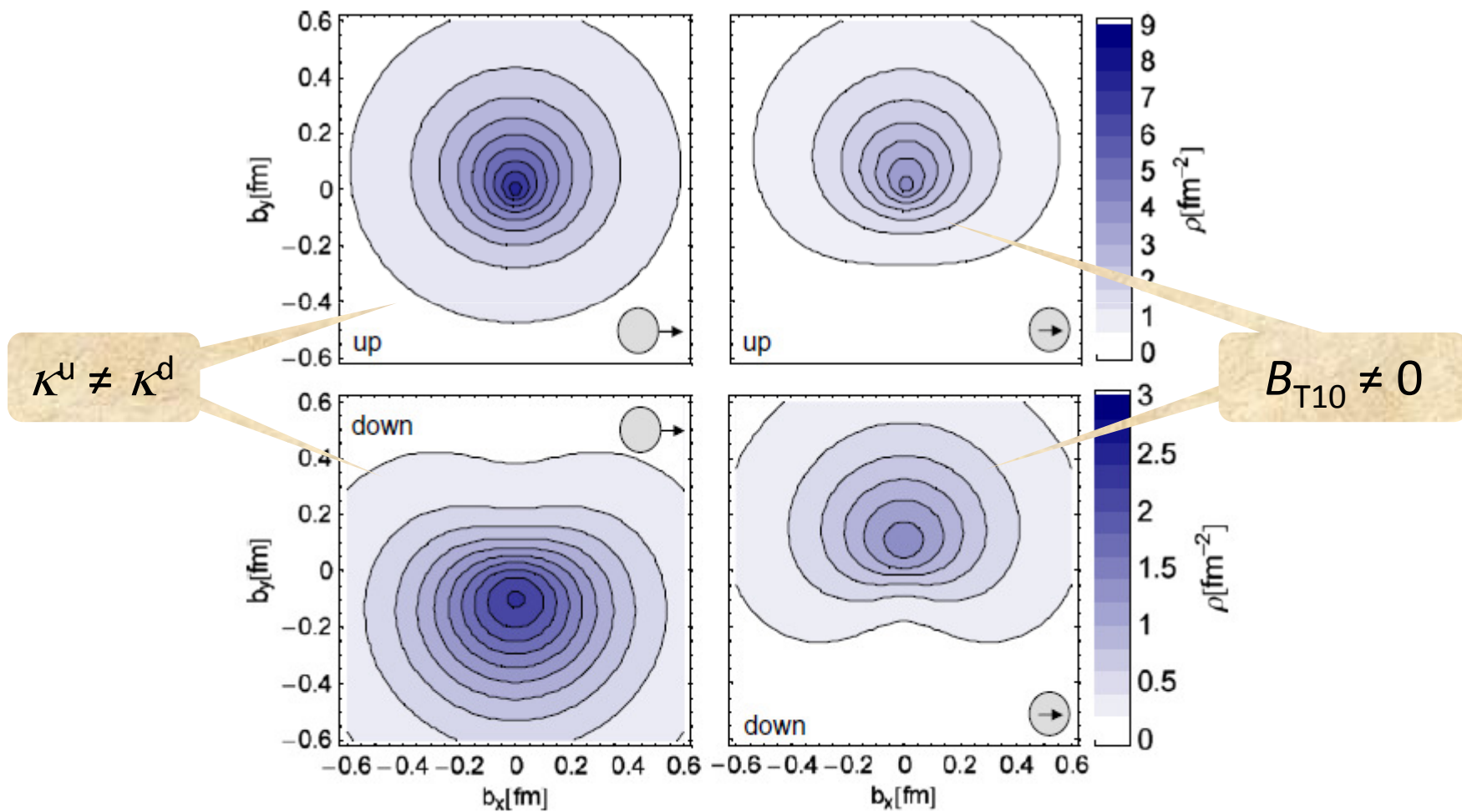
■ QCDSF-UKQCD, PoS Lattice2007



$N_f=2$ , Wilson-clover

# 横偏極スピ構造

QCDSF-UKQCD, PRL. **98** (2007)



# グルーオンの寄与

## グルーオンのスピンへの寄与

J. E. Mandula, PRL **65**(1990)

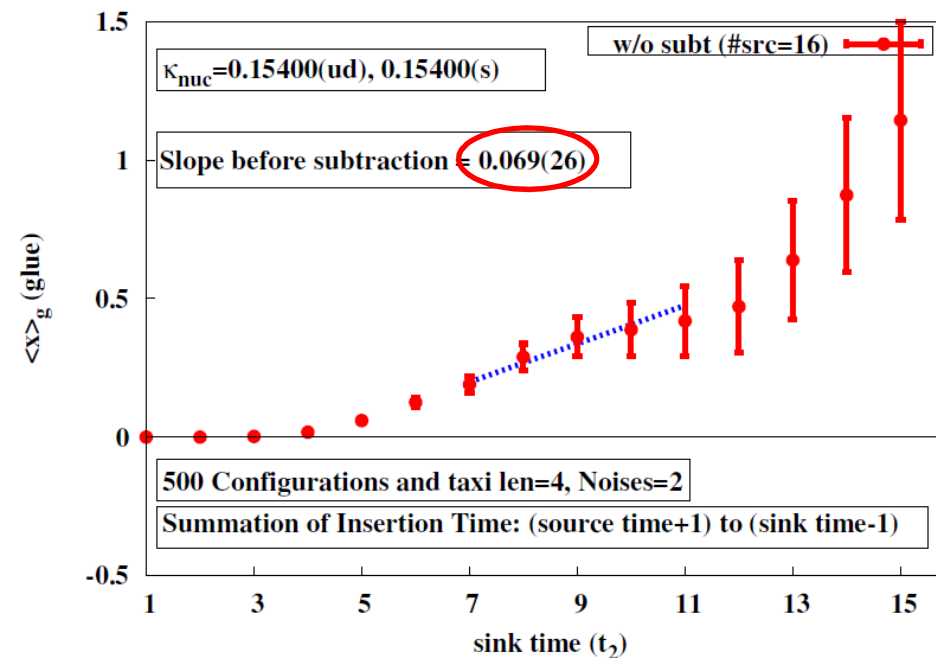
$$\Delta g = - \frac{\text{Tr} P + i \gamma_5 \not{s} \langle 0 | \Psi(x_4) \mathbf{s} \cdot \mathbf{K}_\mu(y_4) \bar{\Psi}(z_4) | 0 \rangle}{\text{Tr} \langle 0 | \Psi(x_4) \bar{\Psi}(z_4) | 0 \rangle}$$

$K_i = 2 \epsilon_{ijk} \text{Tr} A_j F_{k4}$

Separation		$\Delta g$	
$x_4 - y_4$	$y_4 - z_4$	Forward	Backward
4	3	$-0.158 \pm 0.671$	$+0.008 \pm 0.191$
3	4	$-0.292 \pm 0.367$	$+0.009 \pm 0.124$
3	3	$-0.097 \pm 0.397$	$+0.001 \pm 0.114$

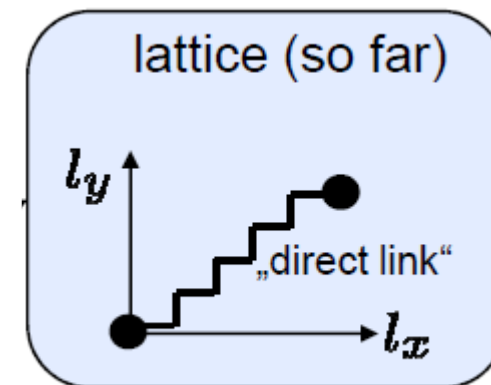
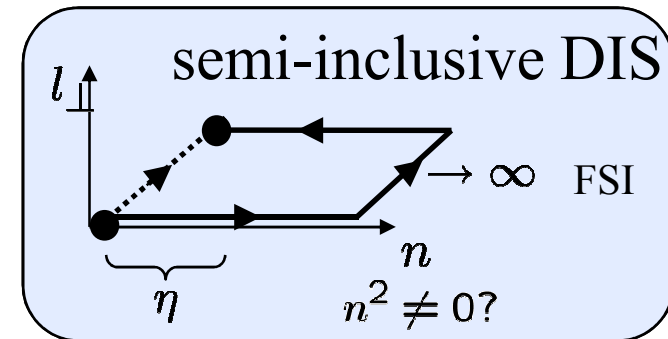
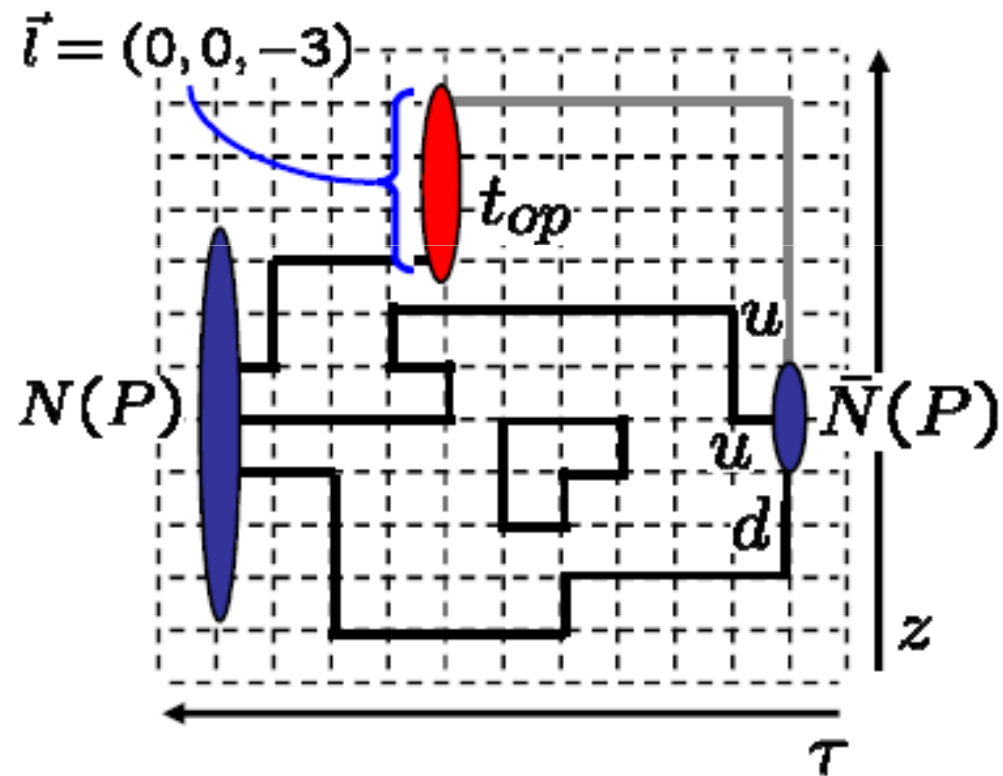
## グルーオンの運動量比

T. Doi, *et. al.*, PoS Lattice2008



# TMD on the lattice

Ph. Hägler, Talk @ HESI2010, YITP



# 新機軸としての非前方度

■ A. M. Staśto, K. Golec-Biernat,  
J. Kwieciński, PRL **86** (2001)

■ E. Iancu, K. Itakura, L. McLerran, NPA **708** (2002) ;  
K. Itakura, NPA **774** (2006)

