ゲージ･重力対応を用いた 非平衡定常状態の系における 南部ゴールドストーンモードの解析

石垣秀太 (中大理工), 松本匡貴 (上海大)
Shuta Ishigaki (Chuo U.), Masataka Matsumoto (Shanghai U.)

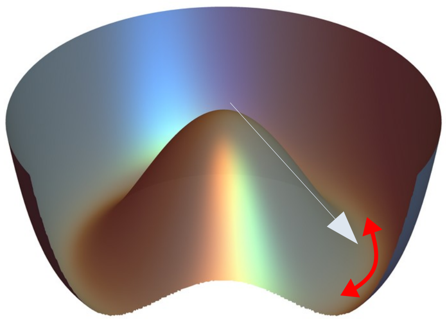
KEK 素核宇・物性 連携研究会 ポスター
2021/3/29

SI and MM,
”Nambu-Goldstone modes in non-equilibrium systems from AdS/CFT correspondence”
[arXiv:2012.01177 [hep-th]] (2020)

ゲージ･重力対応の非平衡系への応用

- 南部･ゴールドストーンの定理
  連続対称性の破れには gapless の NG モードの出現が伴う。

ポテンシャル



系	対称性	NG モード
結晶	並進対称性	フォノン
磁性体	回転対称性	マグノン
超電導体	U(1) 対称性	クーパー対
QCD	カイラル対称性	π 中間子

非平衡系での定理の詳細は非自明

EFT による解析：
Y. Minami, Y. Hidaka, (2018).
M. Hongo, S. Kim, T. Noumi, A. Ota, (2019).

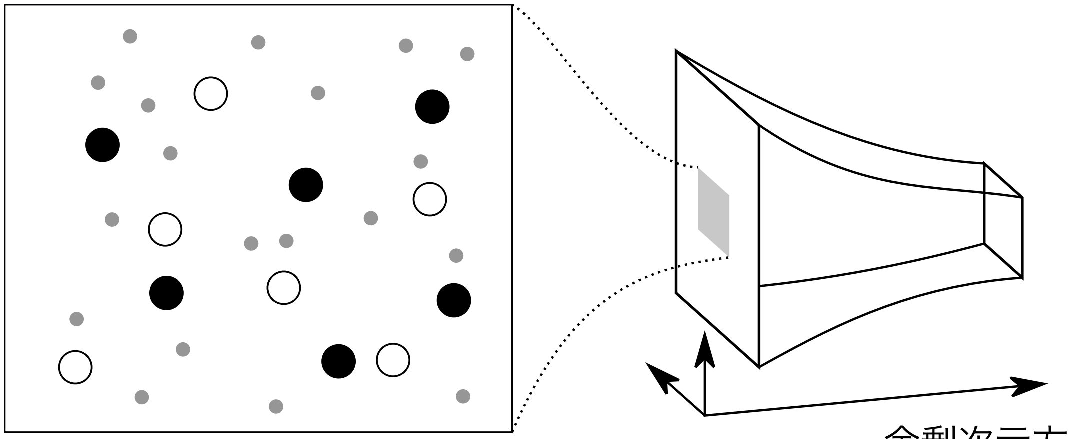
- ゲージ･重力対応は、場の理論と古典重力理論を対応づける。
- 非平衡系を解析するツールとなりうる。
- カイラル対称性の自発的破れ示す重力双対モデルを用い、
  非平衡定常状態での NG モードの満たす分散関係を調べた。

ゲージ・重力対応

Maldacena (1998)

超弦理論から対応が示唆される: ゲージ・重力対応 (AdS/CFT 対応)

境界に
d 次元
ゲージ理論が
"住む"



$d+1$ 次元
重力理論
特に AdS_{d+1} 時空

ゲージ理論の分配関数 $Z_{\mathrm{gauge}_d} = Z_{\mathrm{AdS}_{d+1}}$ 超重力理論の分配関数

Large-N 極限 Saddle point approximation

GKP/W relation

$$\left\langle \exp\left(\int \mathrm{d}^d x \mathcal{O}\phi_{(0)}\right)\right\rangle = \exp\left(-\bar{S}_{\mathrm{grav}}\right)\Big|_{\tilde{\phi}(z=0,x)=\phi_{(0)}(x)}.$$

重力理論の場の運動方程式を解けばゲージ理論の物理量の期待値を計算できる!

重力モデル: D3-D7 モデル

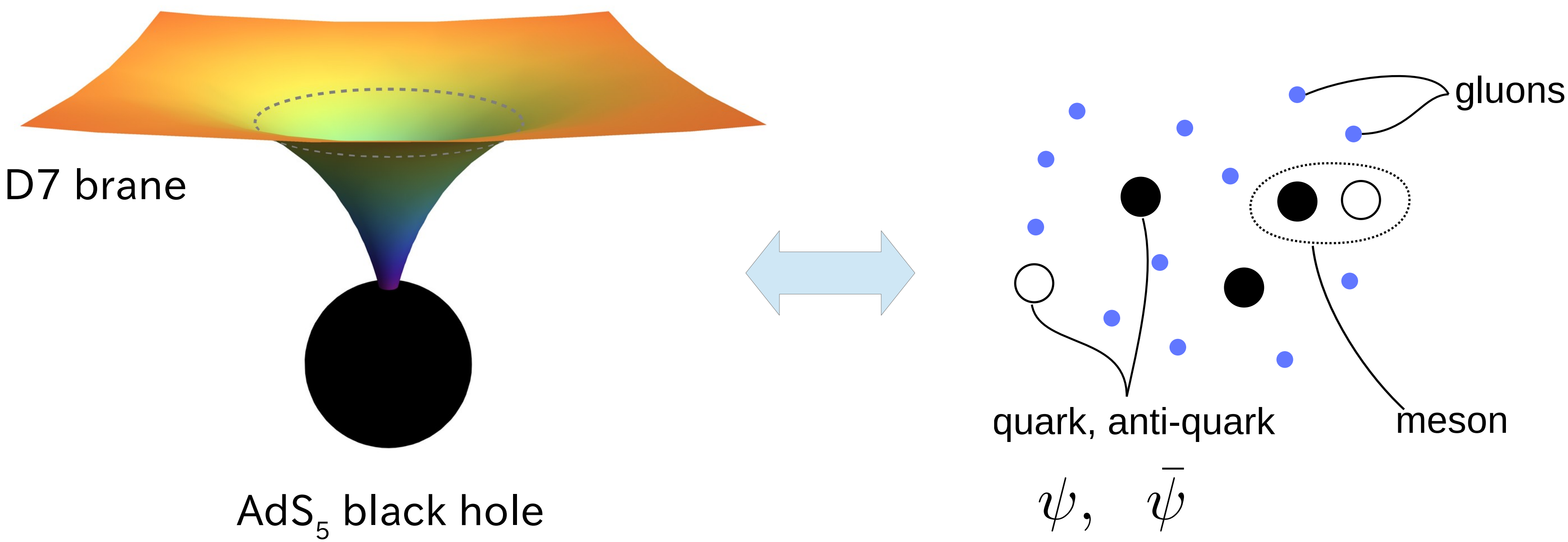
Karch, Katz (2002)

Mateos, Myers, Thomson (2006)

- 3+1 次元ゲージ理論の重力双対モデル
- AdS ブラックホール時空が熱浴、probe D7-brane が着目系に対応する。

$(\mathcal{N}=4\ \mathrm{SYM})$ "gluon" sector

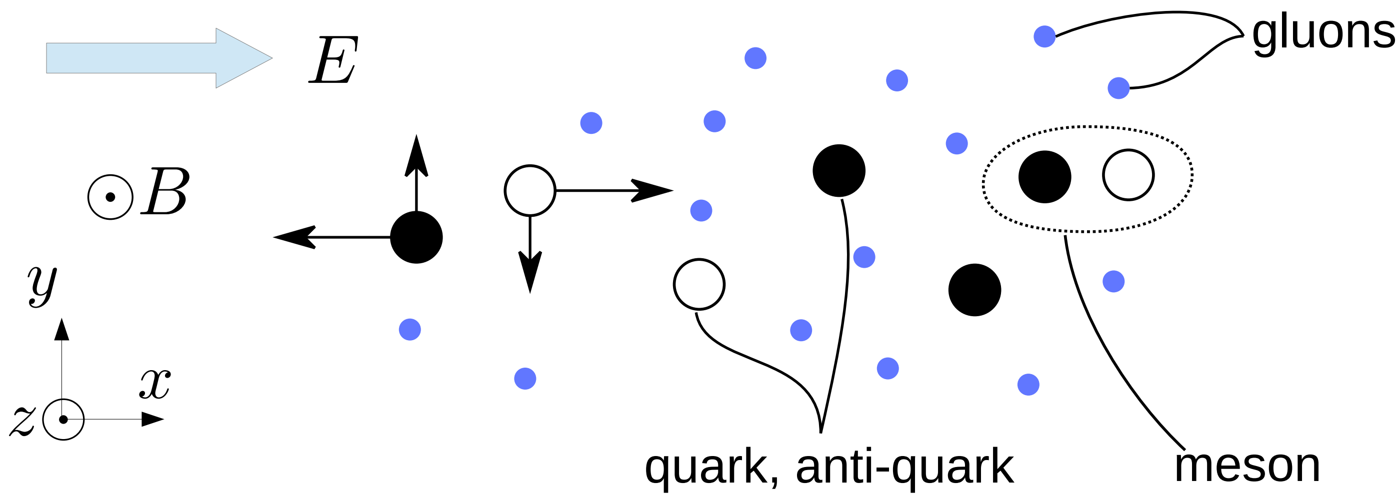
$(\mathcal{N}=2\ \mathrm{hypermultiplet})$ "quark" sector



セットアップ（1/2）

- 磁場 B と電場 E をそれぞれ垂直に印加する。
- これにより、Hall current が生じる。
- ジュール熱 $J \cdot E$ が熱浴に散逸し、着目系は非平衡定常状態となる。

NESS



$$J_x \neq 0, \quad J_y \neq 0$$

電荷密度　$d \neq 0$

セットアップ（2/2）

背景時空
SAdS$_5$ × S^5

$$ds_{10}^2 = \frac{-f(u)dt^2 + d\vec{x}^2}{u^2} + \frac{du^2}{u^2 f(u)} + d\Omega_5^2,$$

$$f(u) = 1 - \frac{u^4}{u_H^4}$$

Hawking 温度

$$T = \pi / u_H.$$

$$0 < u < u_H$$

ブレーン作用
DBI action

$$S_{D7} = -\tau_7 \int d\xi^8 \sqrt{-\det(g_{ab} + (2\pi\alpha')F_{ab})}$$

$$+ \frac{(2\pi\alpha')^2}{96} \frac{\tau_7}{2} \int \mathrm{d}\xi^8 \epsilon^{abcdefgh} C_{abcd} F_{ef} F_{gh},$$

Wess-Zumino 項

誘導計量

$$g_{ab} = \frac{\partial X^M}{\partial \xi^a} \frac{\partial X^N}{\partial \xi^b} g_{MN},$$

以下の背景場と摂動場の Ansatz を考える。

スカラー場 $X^M(\xi) = (\theta, \phi) = (\theta(u), \varphi(t, x^\perp, u))$

ベクトル場 $A_a(\xi)\mathrm{d}\xi^a = a_t(u)\mathrm{d}t + (-Et + a_x(u))\mathrm{d}x + (Bx + a_y(u))\mathrm{d}y + A_z(t, x^\perp, u)\mathrm{d}z$

⟺

対応する演算子

$\bar{\psi}\psi, \quad \bar{\psi}\gamma^5\psi$

$\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$

カイラル対称性の自発的破れ

カイラル変換

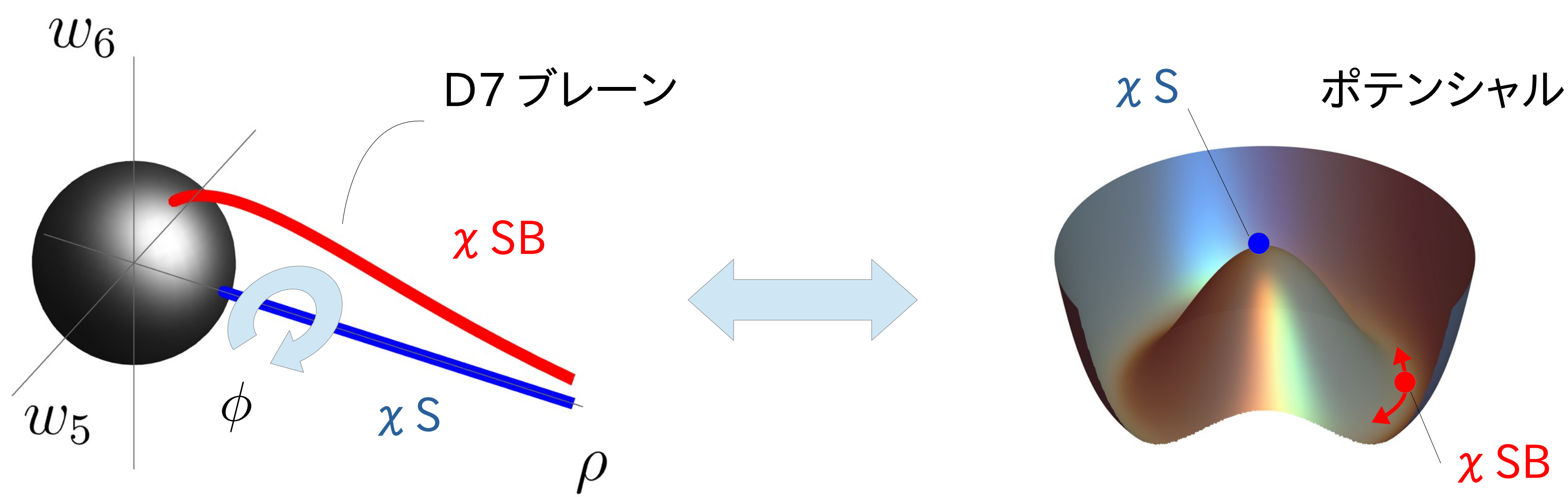
$$\psi \to e^{i\alpha\gamma^5}\psi = \begin{pmatrix} e^{i\alpha}\psi_+ \\ e^{-i\alpha}\psi_- \end{pmatrix}$$

外部磁場の印加を考えると、カイラル対称性の自発的破れが生じる。
（Magnetic catalysis の D3-D7 model での実現）

Filev, Johnson, Rashkov, Viswanathan (2007)

D7 ブレーンの形を決めるスカラー場が
秩序変数であるカイラル凝縮と対応する。

$$\frac{1}{u}\sin\theta(u) = \cancel{m_q} + \frac{\langle\bar{\psi}\psi\rangle}{2\mathcal{N}}u^2 + \cdots$$



ブレーンの回転方向の揺らぎが NG モードと対応する。

$\Rightarrow$ $\varphi(t, x^{\perp}, u)$

NG モードに対応する摂動場

NG モードに対応する摂動場の運動方程式

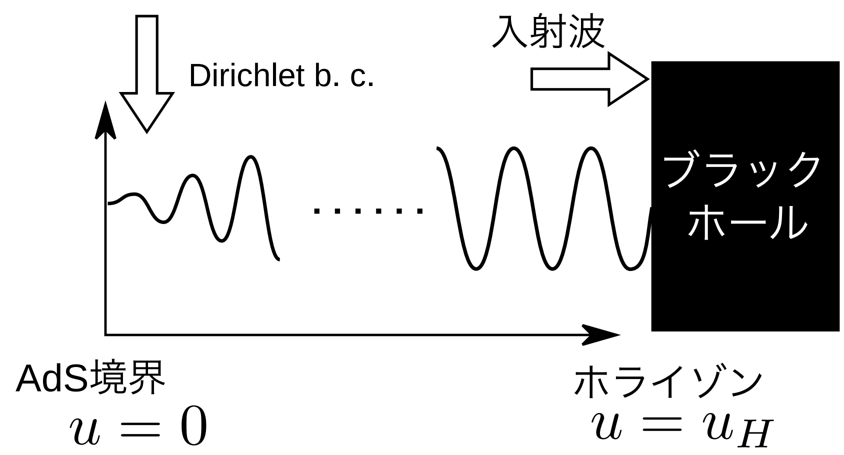
$$\partial_a \sqrt{-\det G_{ab}}\gamma^{ab} g_{\psi\psi}\partial_b\varphi - (\partial_u \cos^4\theta) B \partial_t \mathcal{A}_z = 0,$$
$$\partial_a \sqrt{-\det G_{ab}}\gamma^{ab} g^{zz}\partial_b \mathcal{A}_z - (\partial_u \cos^4\theta) B \partial_t \varphi = 0.$$

$$(G_{ab} = g_{ab} + F_{ab},\quad \gamma_{ab} = g_{ab} - F_{ac}g^{cd}F_{db})$$

モードが満たすべき境界条件

- AdS 境界での Dirichlet 境界条件
- ホライゾンでの入射波条件

Quasinormal mode (QNM)



この二点境界条件を満たす準固有周波数の運動量依存性を調べる。

（ $\bar{\psi}\gamma^5\psi$, $\bar{\psi}\gamma^z\psi$ からなる相関関数の pole ）

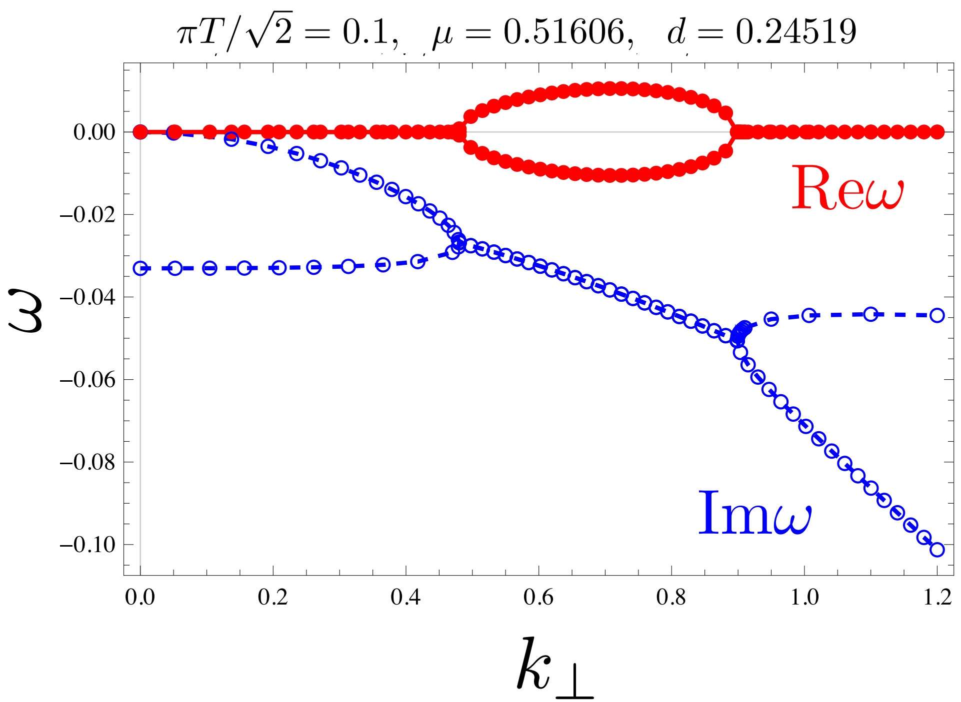
＝分散関係

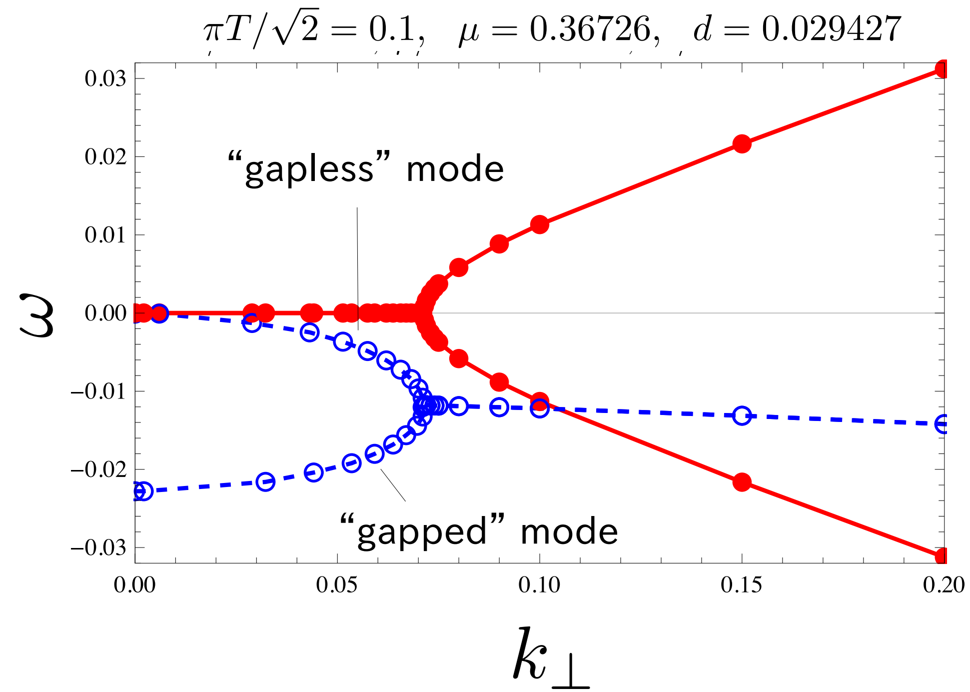
E=0 での NG モードの分散関係 (1/2)

SI and MM (2020)

$(B = 1)$

NESS での分散関係の前に E=0 、開放系での NG モードの分散関係を見ておく。





運動量ゼロでは、
ゼロモード一つ (gapless) と純虚モード一つ (gapped) をもつ振る舞いとなる。

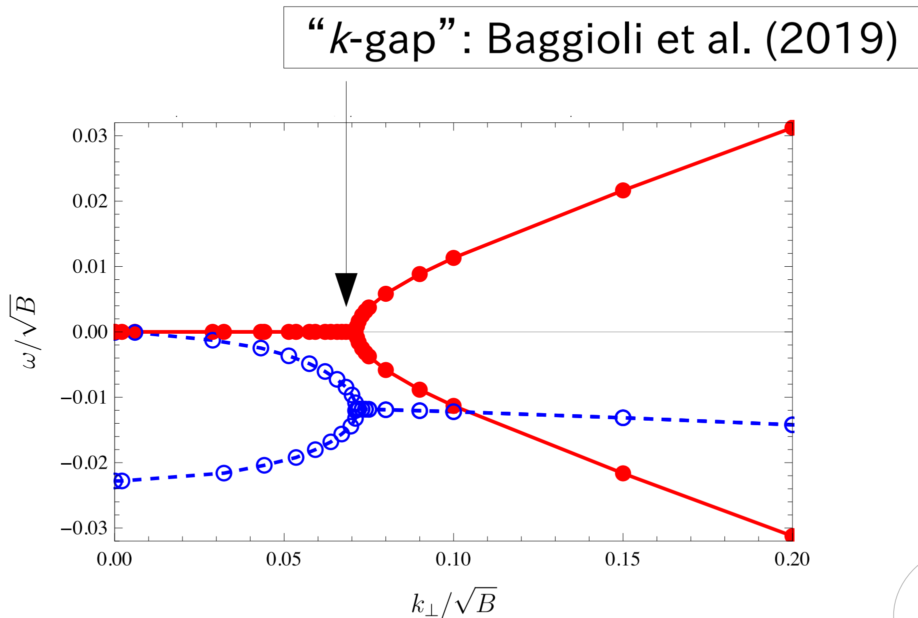
長波長での振る舞いは EFT での type-A NG mode に対する結果と一致

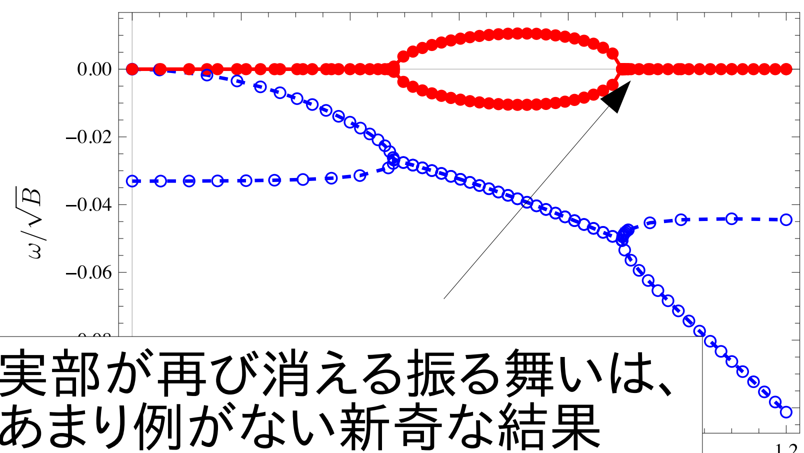
$$\omega = -iD_\perp k_\perp^2 + \cdots$$

Y. Minami, Y. Hidaka, (2018).
M. Hongo, S. Kim, T. Noumi, A. Ota, (2019).

E=0 でのNGモードの分散関係 (2/2)

SI and MM (2020)





実部が再び消える振る舞いは、
あまり例がない新奇な結果
(有限密度、運動量高次効果)

電荷密度が小さいと分散関係は

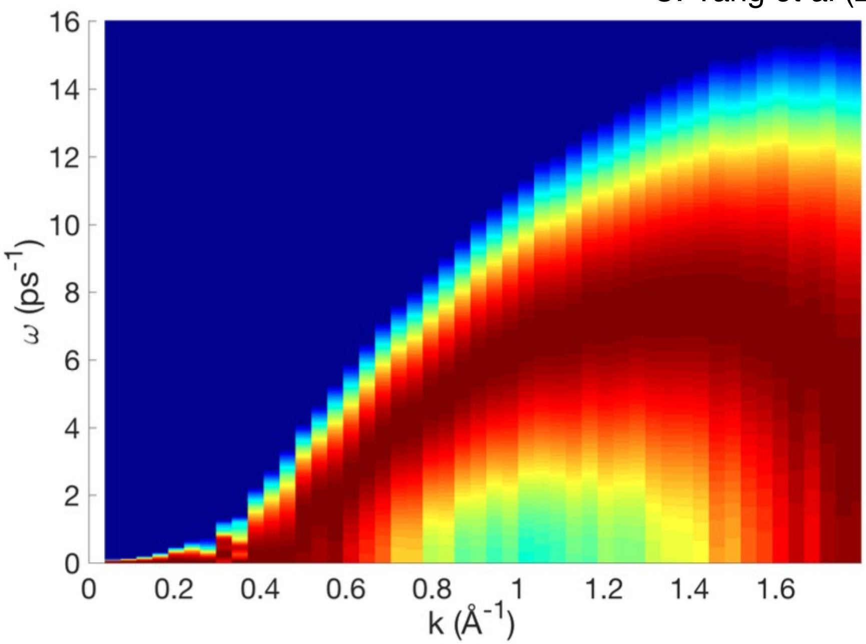
$$\omega^2 - \frac{i\omega}{\tau} - \frac{D_\perp}{\tau}k_\perp^2 = 0$$ にかなり近い。

telegraph equation / k-gap equation

この時、 $k_{\rm gap} = 1/(2\sqrt{D_\perp \tau})$

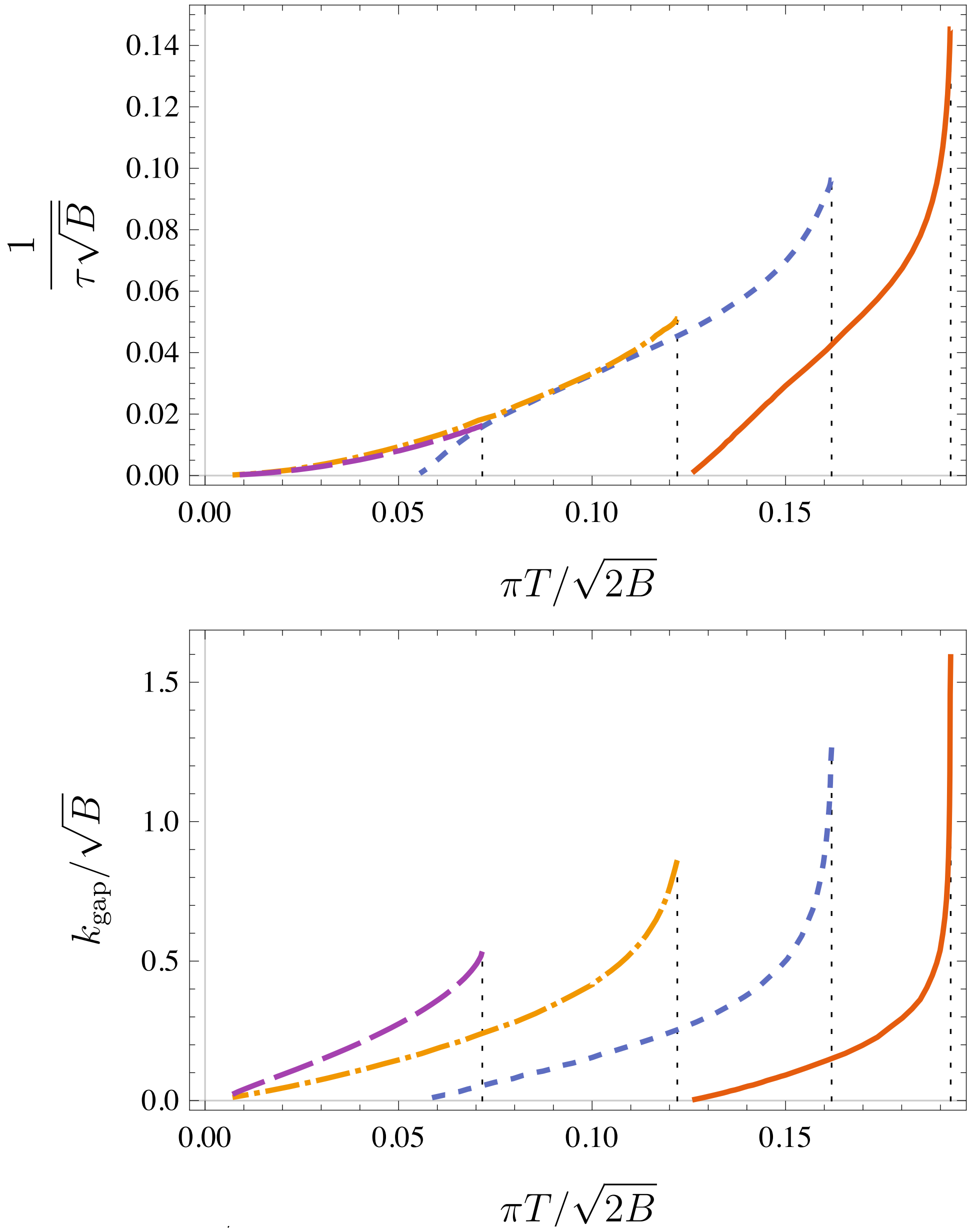
分子動力学シミュレーション (Ar: 450K)

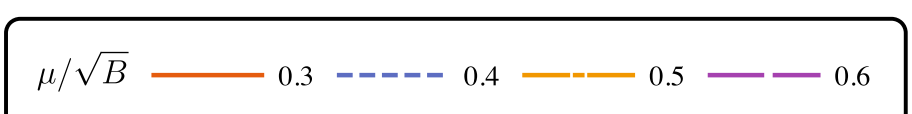
C. Yang et al (2017)



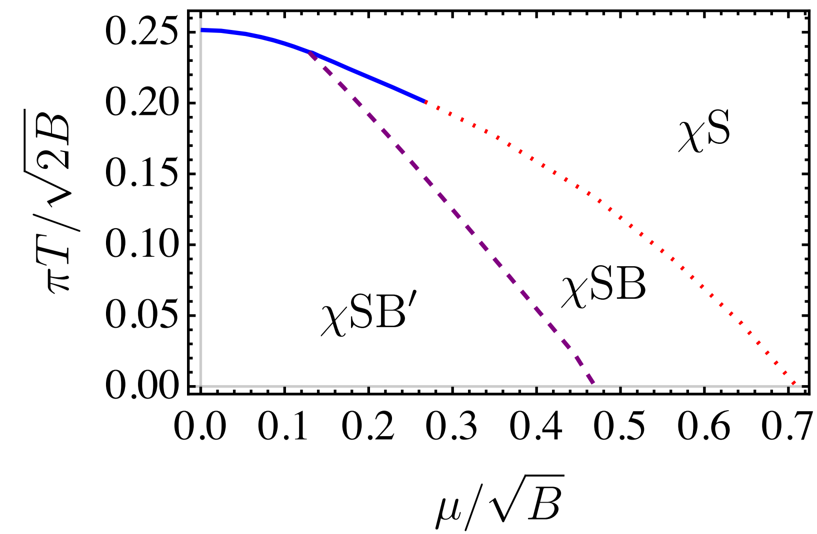
E=0 での分散関係のパラメータの振る舞い

SI and MM (2020)





Phase diagram



Evans, Gebauer, Kim, Magou (2010)

$$\frac{1}{\tau\sqrt{B}} \propto \left(\frac{\pi T}{\sqrt{2B}}\right)^2$$

$$\therefore)\ \frac{1}{\tau T} \propto \frac{T}{\sqrt{B}}$$

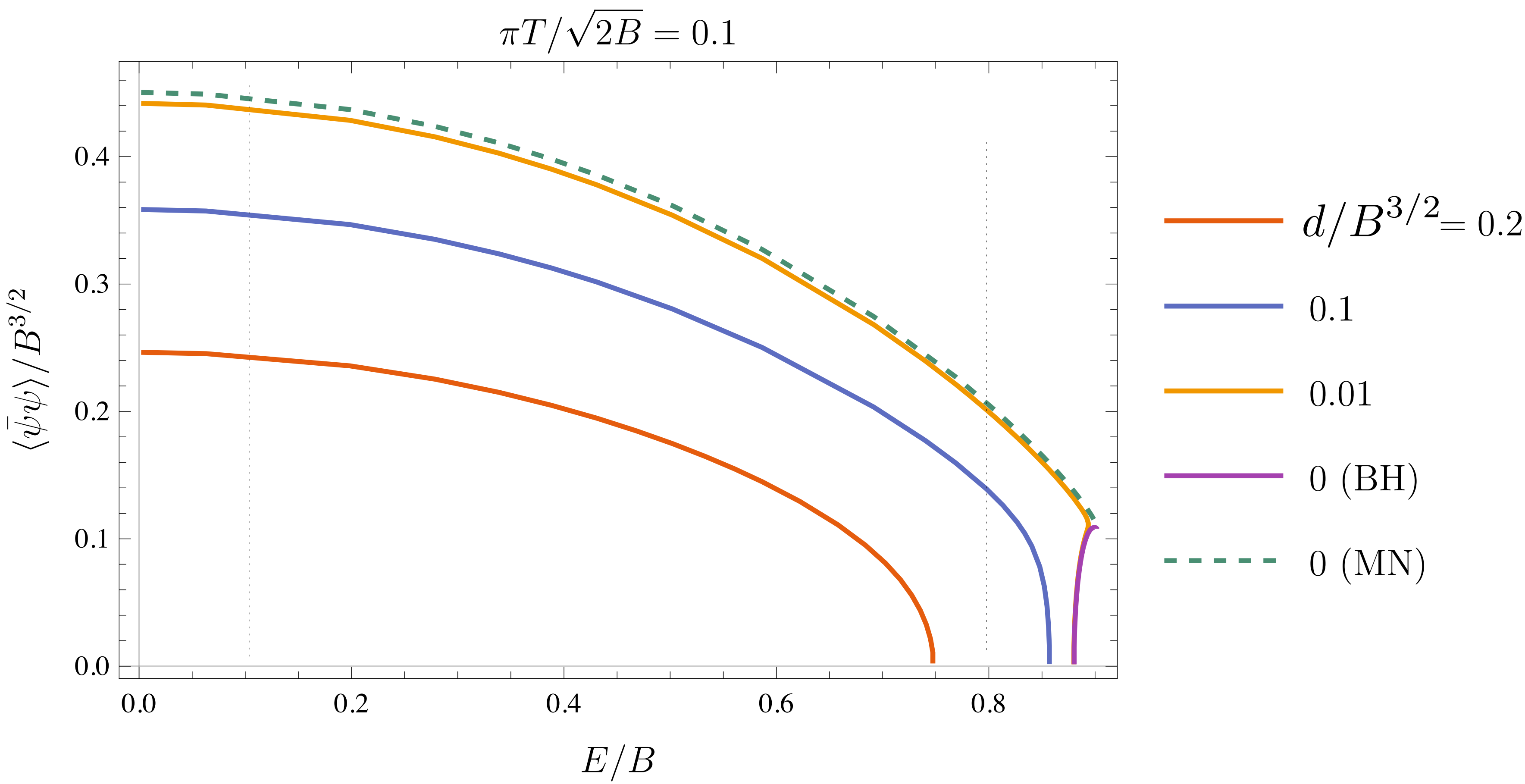
この振る舞いは他のモデルでの結果と一致する。

Baggioli, Trachenko (2019)

NESS へ

電場を印加して NESS にするとカイラル対称性は回復する方向へ向かう。

Evans, Kim, Shock (2011)

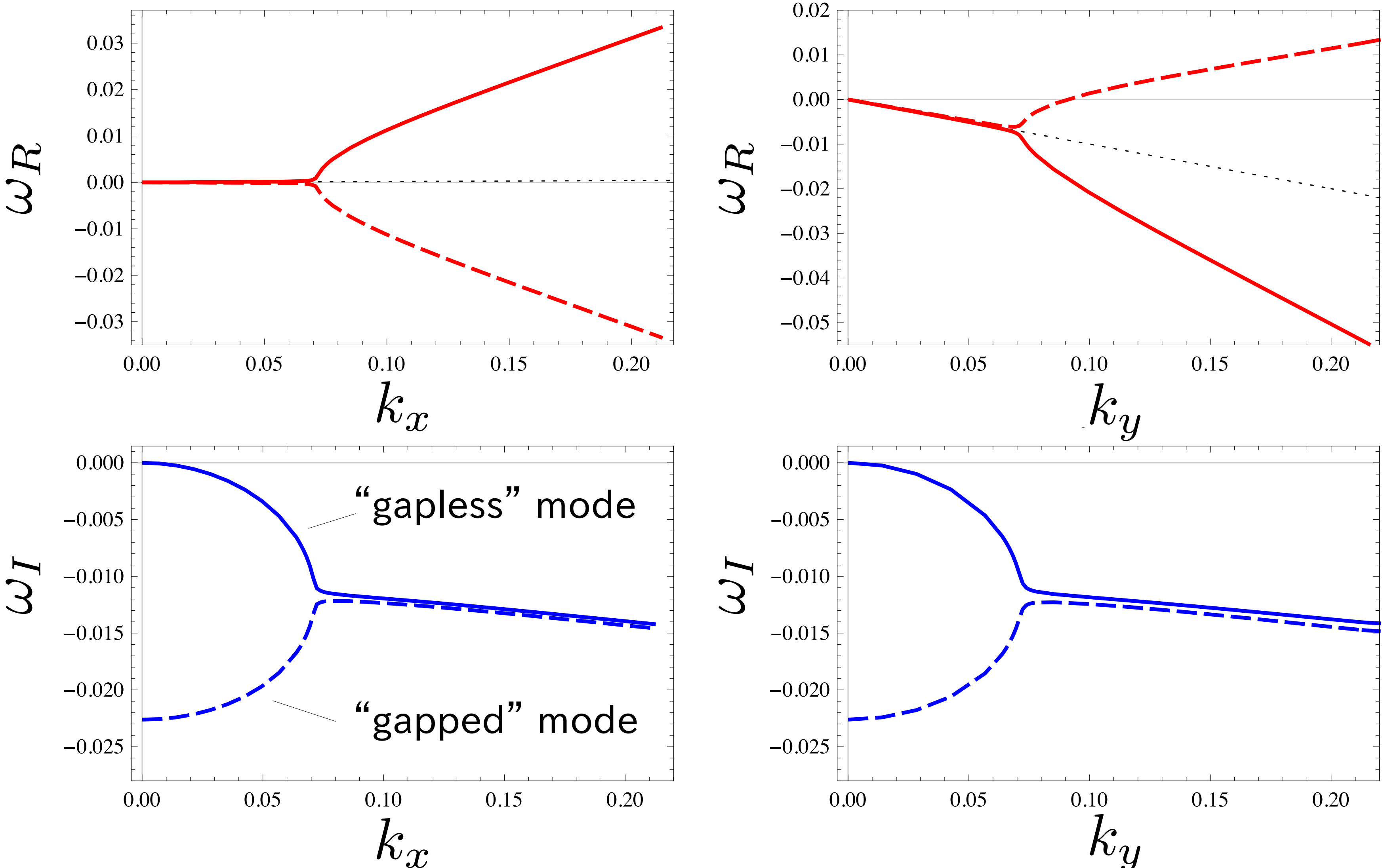


カイラル対称性が破れた解で NG モードの分散関係を調べる。

NESS での NG モードの分散関係

SI and MM (2020)

$$\pi T/\sqrt{2} = 0.1, \quad d = 0.029427, \quad B = 1, \quad E = 0.1$$



x-*y* で振る舞いが異なる。

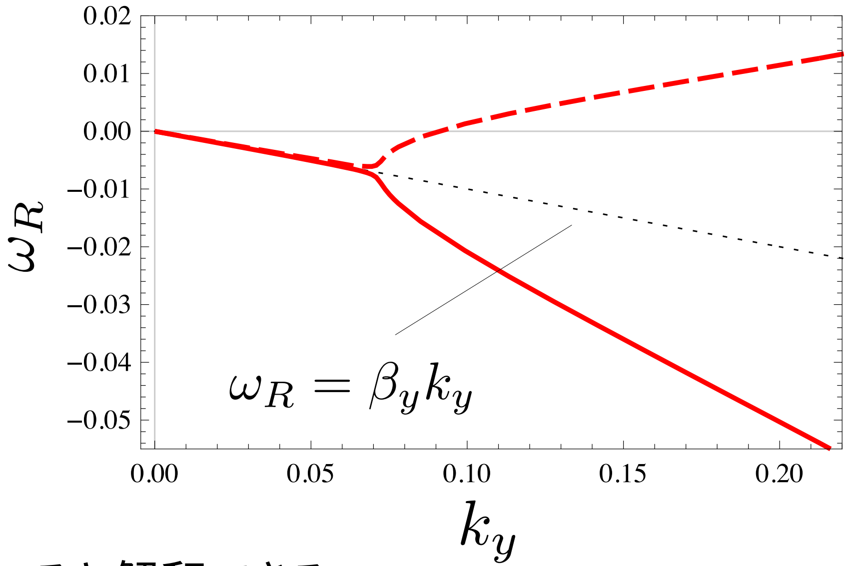
線形分散

SI and MM (2020)

長波長極限で線形分散を持つ。

“gapless” $\omega = \beta_x k_y + \beta_y k_y + \cdots$

“gapped” $\omega = -\frac{i}{\tau} + \tilde{\beta}_x k_x + \tilde{\beta}_y k_y + \cdots$



$\beta_y \approx \tilde{\beta}_y$ これは NG モードがドリフトしていると解釈できる。

流体力学極限をとると、gapless mode の傾きは次で書けることが分かる。

$$\beta_x = -\frac{J_y}{J_x}\left(\frac{E}{B} + \frac{J_y}{d}\right), \quad \beta_y = \frac{J_y}{d}$$

y 方向にブーストすることで NG モードのドリフトを除いた座標系に移れる！
この座標系での電流密度の y 成分は…

$$\hat{J}_{\hat{y}} = \gamma_y (J_y - \beta_y d) = 0$$

Hall current に流されている？

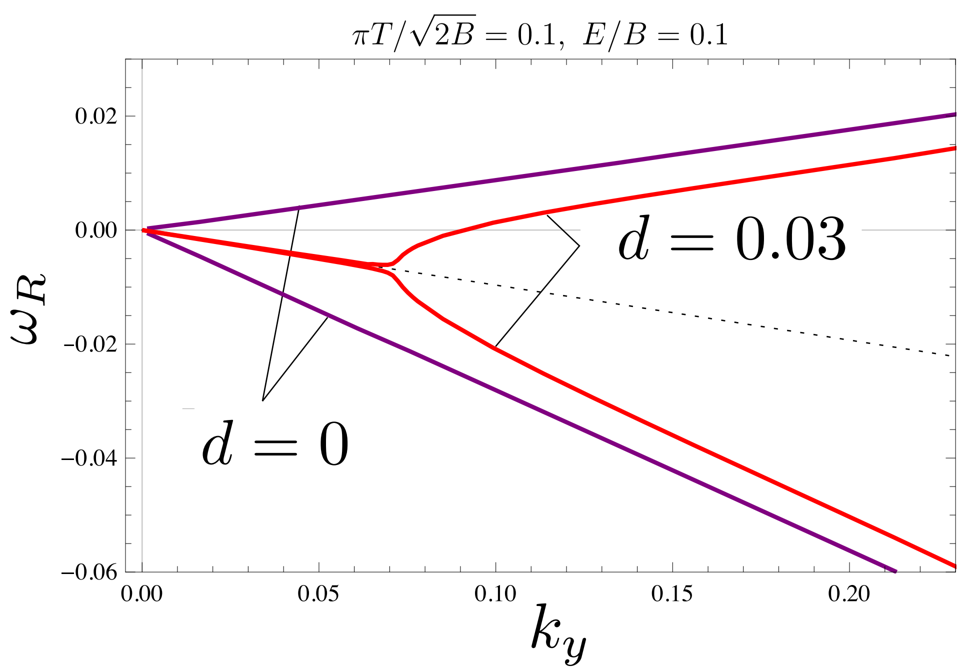
余談：y 方向へのドリフト

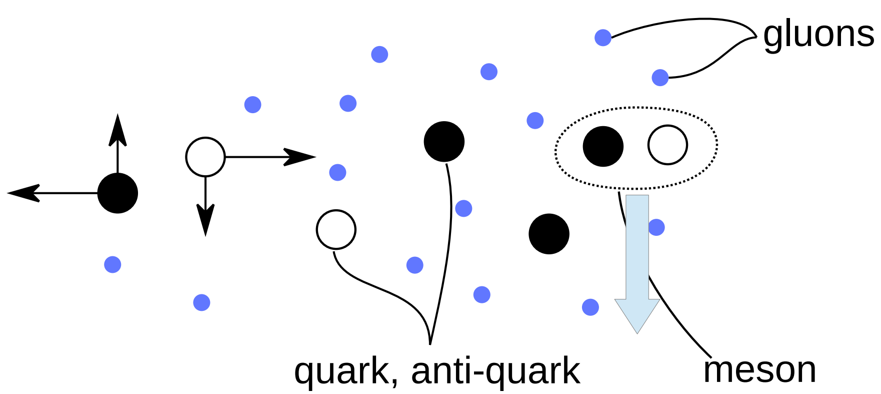
NG modes は Hall current の流れる y 方向へドリフトされており、
ドリフトを差し引く boost を行うと Hall current もちょうどゼロになった。

しかしながら、Hall current の流れない d=0 の設定でもドリフトは存在する。

$$\beta_y = \frac{J_y}{d} = -\frac{b}{e}\left(1 - \frac{b^2-e^2-1}{2b^2} - \frac{1}{b^2}\sqrt{\left(\frac{b^2-e^2-1}{2}\right)^2 + b^2}\right)$$

$$e = E/(\pi T)^2, \quad b = B/(\pi T)^2$$





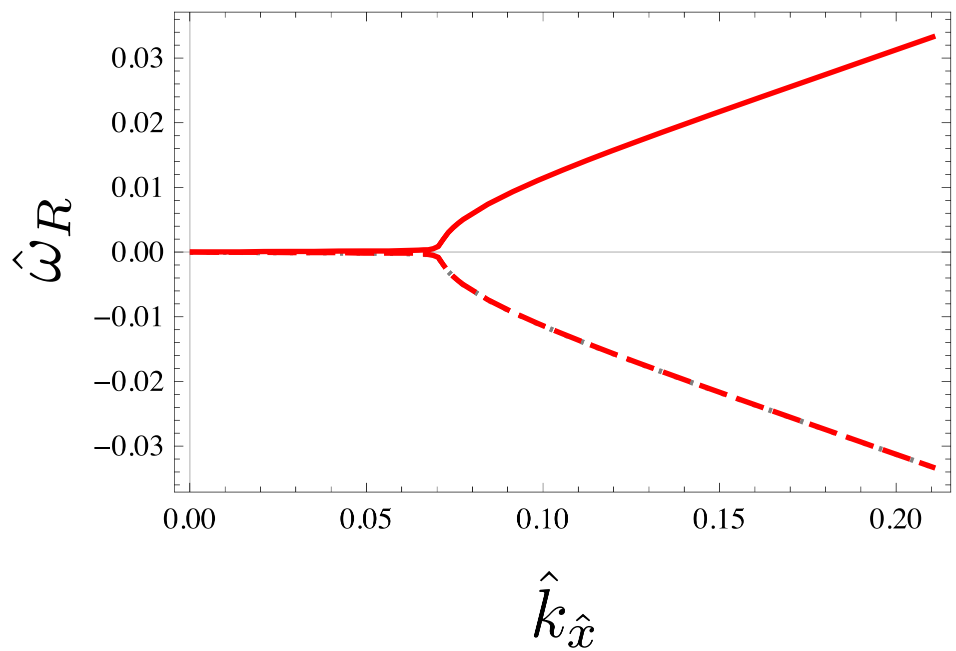
ドリフトをうける理由をより明白にしたい所

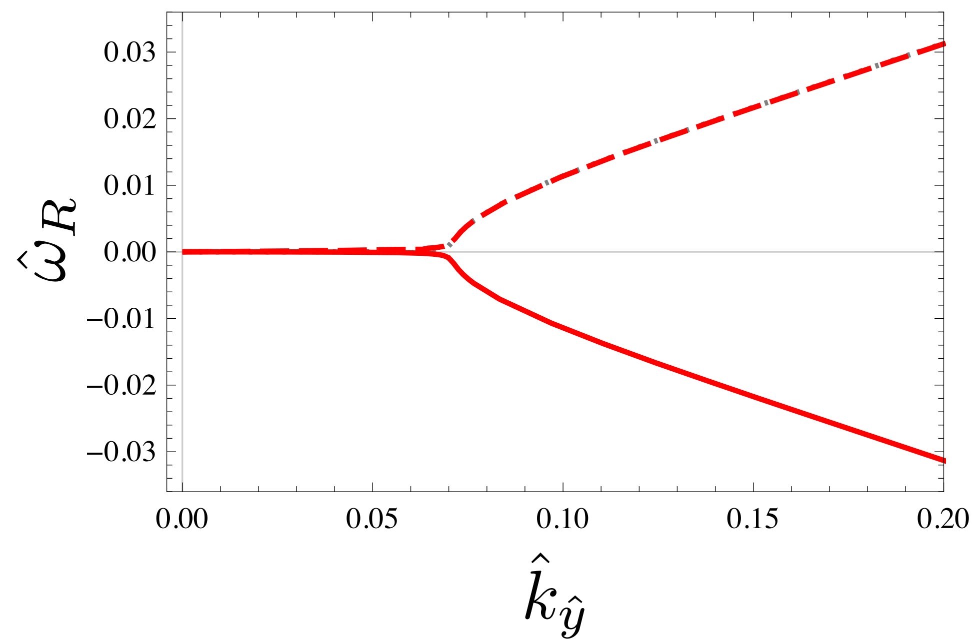
ブーストした座標系での分散関係

SI and MM (2020)

E=0.1 での分散関係をブーストした座標系で見てみる。

$$\pi T/\sqrt{2} = 0.1, \quad d = 0.029427, \quad B = 1, \quad E = 0.1$$





$$\hat{\omega} = \gamma_y(\omega - \beta_y k_y), \quad \hat{k}_{\hat{x}} = k_x, \quad \hat{k}_{\hat{y}} = \gamma_y(\omega - \beta k_y),$$

この時は、座標系を変えると *x*-*y* の違いは少なくなる。

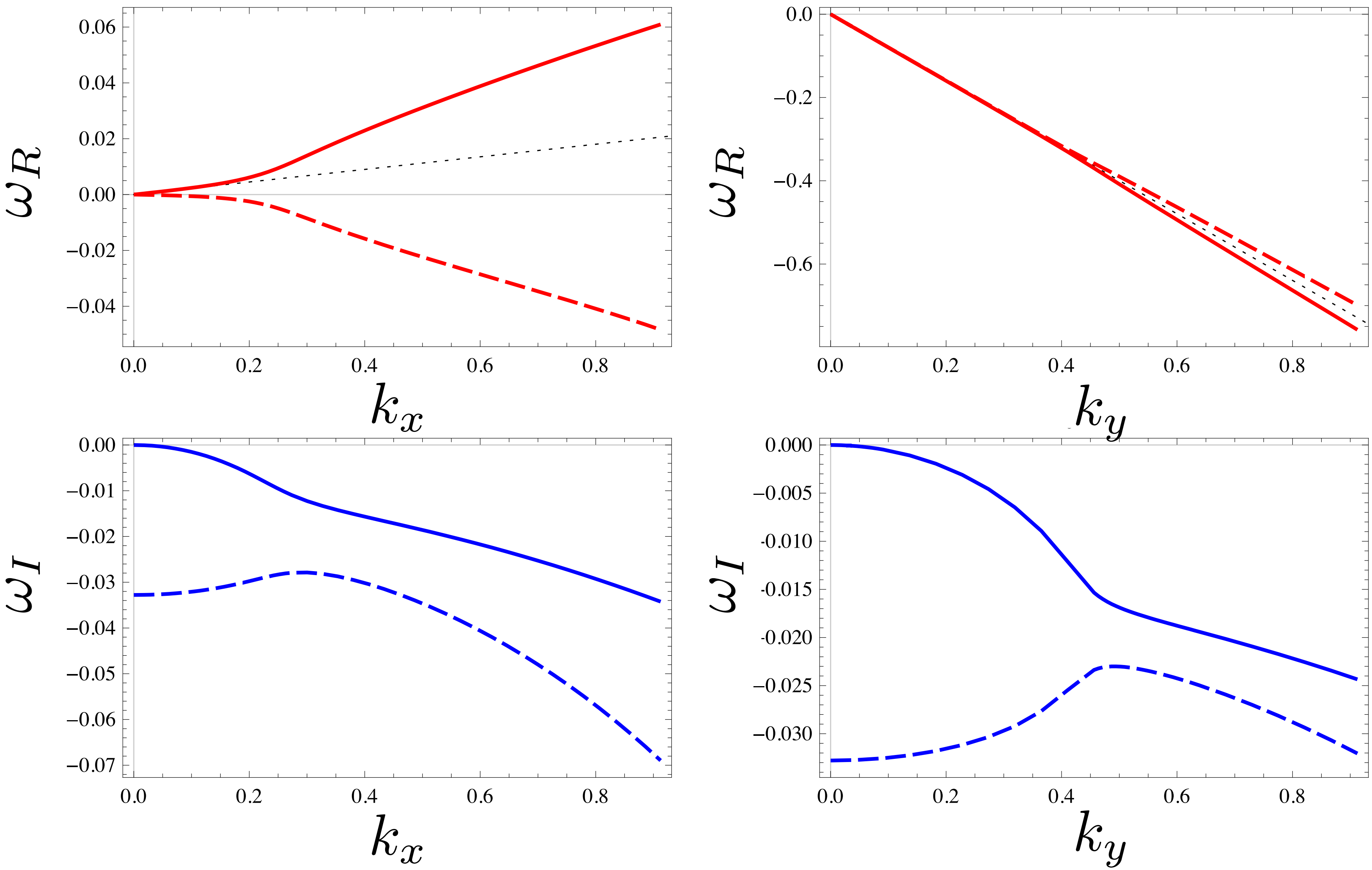
(*E*=0 の結果に近づく)

NESS での NG モードの分散関係 2

SI and MM (2020)

さらに強い電場の場合

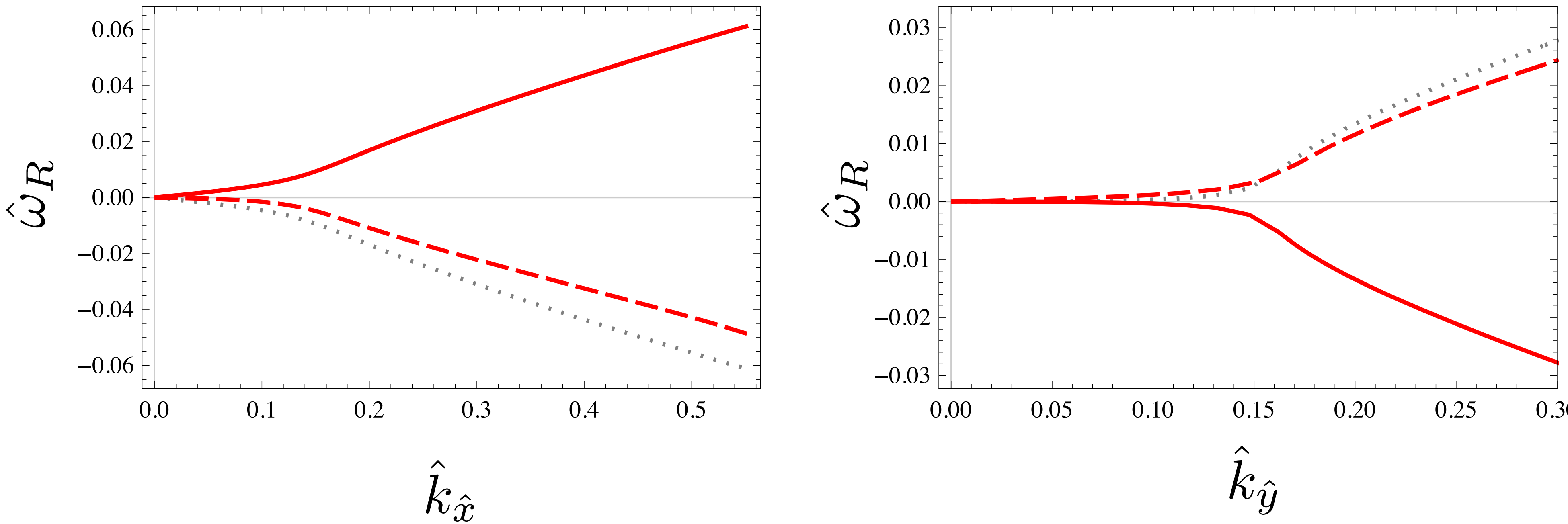
$$\pi T/\sqrt{2} = 0.1, \quad d = 0.1, \quad B = 1, \quad E = 0.8$$



ブーストした座標系での分散関係 2

SI and MM (2020)

$$\pi T/\sqrt{2} = 0.1, \quad d = 0.1, \quad B = 1, \quad E = 0.8$$



この時は、依然として *x*-*y* で大きな差がある。
Gapless mode の *y* 方向に対する線形分散は Hall current と関係していたが、
他の特徴は NESS の一般的性質に由来？

- 実周波数の反転対称性の破れ
- gapped mode や *x* 方向への線形分散

まとめ

- ゲージ・重力対応のモデルを用いて、カイラル対称性が自発的に破れ、NESS にドライブされた系での NG モードの分散関係を解析した。
- NESS の起点となる開放系のセットアップでは、長波長領域において先行研究で知られる形の分散関係が得られた。
- NESS のセットアップでは、磁場に垂直な二方向に対し、モードの実部はそれぞれ異なる線形分散を示した。
- このうち一方向については、Hall current との強い関係を解析的に示した。
- 残る一方向の線形分散や、その他の性質は NESS の一般的性質によるものかもしれない。

[arXiv:2012.01177 [hep-th]] (2020)